

## GEOMETRIA ANALÍTICA

### REVISÃO

1) Os valores de  $x$  para que a função  $y = 2x$  interseccione o círculo de raio 2 centrado na origem do plano cartesiano são:

- a)  $x = 1$
- b)  $x = 2$
- c)  $x = 2/\sqrt{5}$  e  $x = -2/\sqrt{5}$
- d)  $x = 4/5$

2) Considere uma reta no sistema cartesiano ortogonal, cujo coeficiente linear é  $q = 2$  e que passe pelo ponto  $(3, 14)$ . Quanto vale o coeficiente angular dessa reta?

- a) 3
- b) 4
- c) 7
- d) 11

3) A equação reduzida da reta que passa pelos pontos  $A(2;5)$  e  $B(4;-1)$  é:

- a)  $4x - 12$
- b)  $3x - 11$
- c)  $-3x + 12$
- d)  $-3x + 11$

4) Uma circunferência tem centro  $(-2, 3)$  e tangencia o eixo  $y$  do plano cartesiano. A equação dessa circunferência está representada na seguinte opção:

- a)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$
- b)  $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 9 = 0$
- c)  $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 4 = 0$
- d)  $x^2 + y^2 + 2x - 3y - 4 = 0$

5) Sendo os pontos  $A = (-1, 5)$  e  $B = (2, 1)$  vértices consecutivos de um quadrado, o comprimento da diagonal desse quadrado é

- a) 2.
- b)  $2\sqrt{2}$ .
- c)  $3\sqrt{2}$ .
- d) 5.
- e)  $5\sqrt{2}$ .

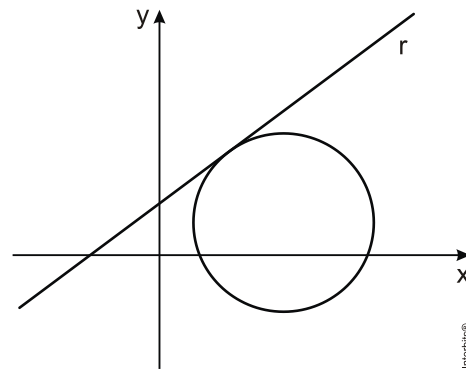
6) A palavra "perímetro" vem da combinação de dois elementos gregos: o primeiro, *perí*, significa "em torno de", e o segundo, *metron*, significa "medida".

O perímetro do trapézio cujos vértices têm coordenadas  $(-1, 0)$ ,  $(9, 0)$ ,  $(8, 5)$  e  $(1, 5)$

- a)  $10 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$
- b)  $16 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$
- c)  $22 + \sqrt{26}$
- d)  $17 + 2\sqrt{26}$
- e)  $17 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$

7) Sabe-se que  $M$ , ponto médio do segmento  $AB$ , é centro de uma circunferência que passa pela origem  $(0, 0)$ . Sendo  $A(-1, 4)$  e  $B(5, 2)$ , conclui-se que o raio dessa circunferência é igual a

- a)  $4\sqrt{5}$ .
- b)  $3\sqrt{5}$ .
- c)  $3\sqrt{2}$ .
- d)  $\sqrt{17}$ .
- e)  $\sqrt{13}$ .

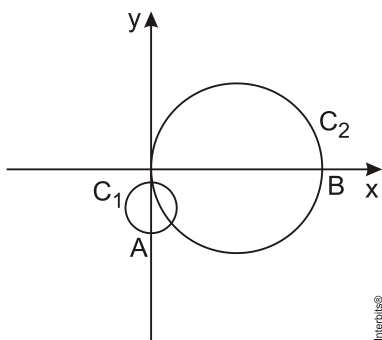


O centro do círculo é o ponto  $(7, 2)$  e a reta  $r$  é definida pela equação  $3x - 4y + 12 = 0$ .

8) Sejam duas circunferências  $C_1$  e  $C_2$ , cujas equações são, respectivamente, iguais a  $x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0$  e  $x^2 + y^2 - 12x = 0$ . A distância entre os pontos  $A$  e  $B$  dessas circunferências, conforme indicada na figura, é

A equação do círculo é

- a)  $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 25$ .
- b)  $(x + 7)^2 + (y + 2)^2 = 25$ .
- c)  $(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 36$ .
- d)  $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 36$ .
- e)  $(x + 7)^2 + (y - 2)^2 = 36$ .



- a) 13.
- b) 14.
- c) 17.
- d) 19.

9) Um círculo tangencia a reta  $r$ , como na figura abaixo.

10) Um quadrilátero cujos vértices dados por  $E(-1, 0)$ ,  $F(-2, -2)$ ,  $G(-1, -4)$  e  $H(0, -2)$ , possui área igual a:

- a)  $8 \mu. a.$
- b)  $4 \mu. a.$
- c)  $6 \mu. a.$
- d)  $10 \mu. a.$
- e)  $2 \mu. a.$

11) A reta de equação  $(x - 2)m + (m - 3)y + m - 4 = 0$ , com  $m$  constante real, passa pelo ponto  $P(2, 0)$ . Então, seu coeficiente angular é:

- a) 4
- b) -4
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $-\frac{1}{4}$
- e) 2

equações  $3x - 2y + 6 = 0$  e  $3x + 4y - 12 = 0$  representam duas retas concorrentes. A medida da área da região limitada por essas retas e pelo eixo dos  $x$  é

Dados:  $u. a. \equiv$  unidade de área

- a) 9  $u. a.$
- b) 10  $u. a.$
- c) 11  $u. a.$
- d) 12  $u. a.$

12) As coordenadas cartesianas dos vértices da base  $\overline{FG}$  do triângulo isósceles FGV são  $F(6, 0)$  e  $G(0, 6)$ . Sendo  $m$  e  $n$  os dois valores possíveis de abscissa de  $V$  para que a área de FGV seja igual a 6 unidades de área do plano cartesiano, o valor de  $m + n$  é

- a) 5
- b)  $\frac{11}{2}$
- c) 6
- d)  $\frac{13}{2}$
- e) 7

15) Sejam as funções reais  $p(x) = 3x - 4$ ,  $q(x) = -\frac{x}{2} + 4$ ,  $r(x) = 3x - 10$  e  $s(x) = 1$ . Considerando todas as interseções entre essas retas, o único quadrilátero que pode ser desenhado, utilizando quatro dessas interseções como vértices, é um

- a) losango.
- b) trapézio.
- c) quadrado.
- d) retângulo.

13) Em um plano cartesiano, a parábola  $y = -x^2 + 4x + 5$  e a reta  $y = x + 5$  se intersectam nos pontos  $P$  e  $Q$ . A distância entre esses dois pontos é

- a)  $2\sqrt{3}$
- b)  $\sqrt{2}$
- c) 3
- d)  $3\sqrt{2}$
- e) 4

16) No plano cartesiano, a região determinada pelas inequações simultâneas  $x^2 + y^2 \leq 4$  e  $x + y \leq 0$  tem área igual a:

- a)  $2\pi$
- b)  $2,5\pi$
- c)  $3\pi$
- d)  $3,5\pi$
- e)  $4\pi$

14) Em um plano, munido do sistema de coordenadas cartesianas usual, as

## SOLUÇÃO

### Resposta da questão 1:

[C]

A equação da circunferência de raio  $r=2$  e centro na origem é dada por:

$$x^2+y^2=r^2$$

$$x^2+y^2 = 4$$

O ponto de intersecção com função de primeiro grau  $y=2x$  ocorre para coordenadas que obedecem às duas funções simultaneamente. Portanto, substituir  $y$  por  $2x$  na equação acima para obter os pontos de intersecção:

$$x^2+(2x)^2=4$$

$$x^2+4x^2=4$$

$$5x^2 = 4$$

$$x^2= 4/5$$

As soluções dessa equação são:

$$x=+2/\sqrt{5} \text{ ou } x = - 2/\sqrt{5}$$

**Gabarito: Letra C.**

### Resposta da questão 2:

[B]

Considerando a equação da reta como  $y = mx + n$ , o coeficiente linear é o  $n$ , então

$$y=mx + 2.$$

Observe também que a reta passa pelo ponto  $A(0,2)$ .

Pessoal, para calcular o coeficiente angular, basta usar

$$m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{14 - 2}{3 - 0} = 4$$

### Resposta da questão 3:

[D]

Pessoal, vamos começar calculando o coeficiente angular.

$$m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{-1 - 5}{4 - 2} = -3$$

Ou seja, a equação da reta é

$$y = mx + n$$

$$y = -3x + n$$

Perceba também que a reta passa pelo ponto  $(2,5)$ , portanto

$$5 = -3.2 + n$$

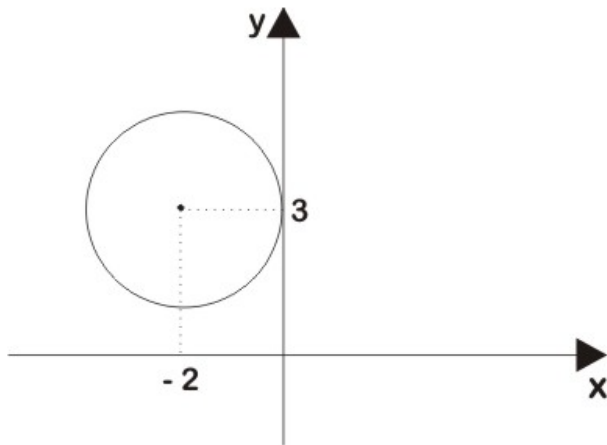
$$n=11$$

Dáí concluímos que

$$y = -3x + 11$$

### Resposta da questão 4:

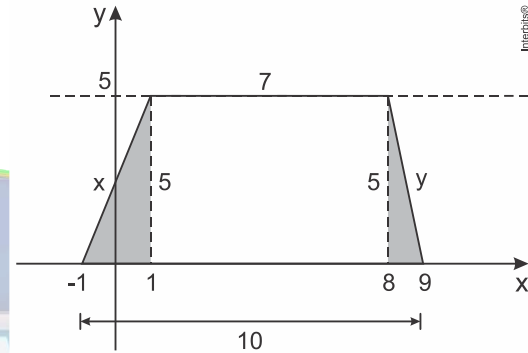
[A]



Logo

$$P = 7 + 10 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$$

$$P = 17 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$$



A equação da circunferência é dada por

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

Pelo enunciado, sabemos que o centro é (-2,3) e pela figura, conseguimos observar que o raio é 2.

Portanto

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

Desenvolvendo

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$$

**Resposta da questão 7:**

[E]

As coordenadas do ponto  $M$  são dadas por

$$M = \left( \frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right) = \left( \frac{-1 + 5}{2}, \frac{4 + 2}{2} \right) = (2, 3).$$

**Resposta da questão 5:**

[E]

$$\overline{AB} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

$$d = \overline{AB}\sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$$

Portanto, o raio da circunferência é igual a

$$r = \sqrt{(2 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{13}.$$

**Resposta da questão 6:**

[E]

$$x^2 = 5^2 + 2^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{29}$$

$$y^2 = 5^2 + 1^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{26}$$

**Resposta da questão 8:**

[A]

Completando os quadrados, obtemos

$$x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 0)^2 + (y + 3)^2 = 2^2$$

e

$$x^2 + y^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow (x - 6)^2 + (y - 0)^2 = 6^2.$$

Desse modo, como o centro de  $C_1$  é o ponto  $(0, -3)$  e seu raio é igual a 2, segue-se que  $A = (0, -5)$ . Além disso, sendo  $(6, 0)$  o centro de  $C_2$  e 6 o seu raio, concluímos que  $B = (12, 0)$ .

Portanto, o resultado é

$$\sqrt{(12 - 0)^2 + (0 - (-5))^2} = 13.$$

**Resposta da questão 9:**

[A]

O raio da circunferência é dado por

$$\frac{|3 \cdot 7 - 4 \cdot 2 + 12|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 5.$$

Logo, a equação da circunferência é  $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 25$ .

**Resposta da questão 10:**

[B]

Como  $EFGH$  é um losango de diagonais 2 e 4, temos

$$(EFGH) = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ u.a.}$$

**Resposta da questão 11:**

[B]

Se a reta passa pelo ponto  $P$ , então

$$(2 - 2) \cdot m + (m - 3) \cdot 0 + m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

Logo, a equação explícita da reta é

$$(x - 2) \cdot 4 + (4 - 3) \cdot y + 4 - 4 = 0 \Leftrightarrow y = -4x + 8$$

e, portanto, seu coeficiente angular é  $-4$ .

**Resposta da questão 12:**

[C]

O ponto médio da base  $FG$  é

$$M = \left( \frac{6 + 0}{2}, \frac{0 + 6}{2} \right) = (3, 3).$$

O coeficiente angular da reta  $\overleftrightarrow{FG}$  é igual a

$$m_{\overleftrightarrow{FG}} = \frac{6 - 0}{0 - 6} = -1.$$



Logo, sabendo que a mediatriz de  $FG$  é perpendicular à base  $FG$ , segue que a equação da mediatriz de  $FG$  é

$$y - 3 = 1 \cdot (x - 3) \Leftrightarrow y = x.$$

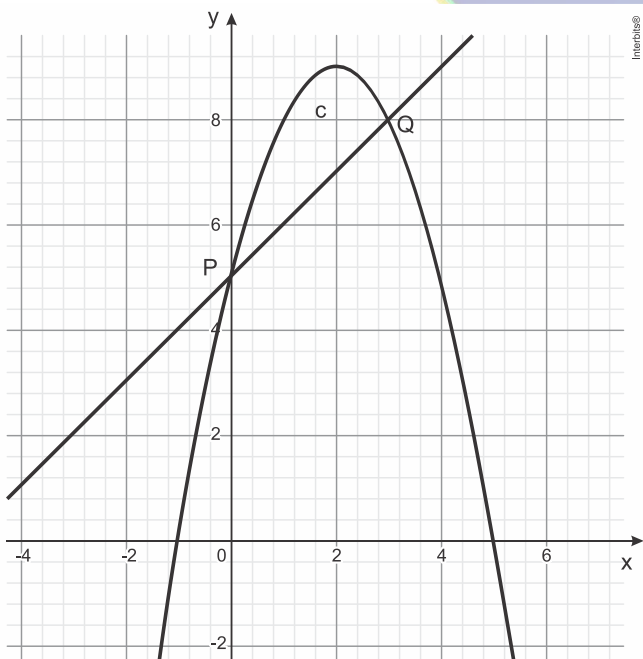
Portanto, como o ponto  $V$  pertence à mediatriz de  $FG$ , temos  $V = (x, x)$  e, assim, vem

$$\begin{aligned} 6 &= \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{vmatrix} 6 & x & 0 & 6 \\ 0 & x & 6 & 0 \end{vmatrix} \right| \Leftrightarrow 12 \\ &= |6x + 6x - 36| \\ &\Leftrightarrow |x - 3| = 1 \\ &\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 4. \end{aligned}$$

A resposta é  $2 + 4 = 6$ .

**Resposta da questão 13:**

[D]



Resolvendo um sistema com as equações da reta e da parábola, temos:

$$\begin{aligned} x + 5 &= -x^2 + 4x + 5 \\ x^2 - 3x &= 0 \\ x = 0 &\Rightarrow y = 5 \\ x = 3 &\Rightarrow y = 8 \end{aligned}$$

Portanto, os pontos pedidos são  $P(0, 5)$  e  $Q(3, 8)$ .

A distância entre eles será dada por:

$$d_{P,Q} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (8 - 5)^2} = \sqrt{18} = 3 \cdot \sqrt{2}$$

**Resposta da questão 14:**

[A]

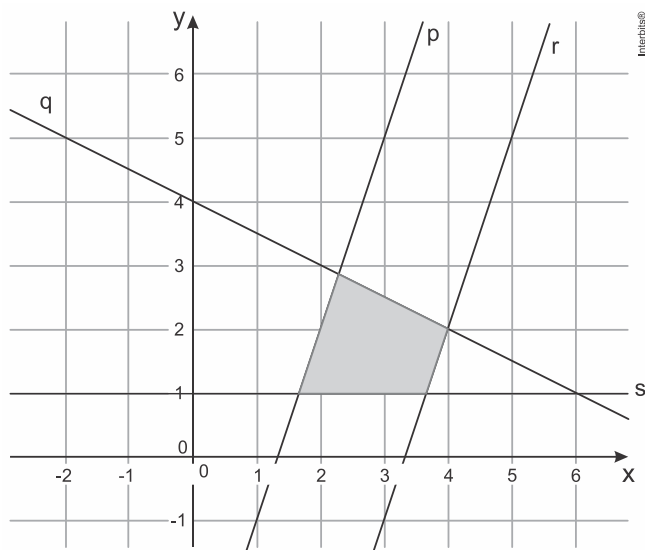
A reta  $y = \frac{3}{2}x + 3$  intersecta o eixo das abscissas no ponto  $(-2, 0)$  e o eixo das ordenadas no ponto  $(0, 3)$ . Já a reta  $y = -\frac{3}{4}x + 3$  intersecta o eixo das abscissas no ponto  $(4, 0)$  e o eixo das ordenadas no ponto  $(0, 3)$ . Desse modo, a região cuja área queremos calcular corresponde ao triângulo de vértices  $(-2, 0)$ ,  $(0, 3)$  e  $(4, 0)$ .

O resultado é dado por

$$\frac{1}{2} \cdot (4 - (-2)) \cdot 3 = 9 \text{ u.a.}$$

**Resposta da questão 15:**

[B]



Assim, a região delimitada será um semicírculo de raio 2, ou seja:

$$S = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} \Rightarrow S = 2\pi$$

As retas  $p$  e  $r$  são paralelas, pois possuem o mesmo coeficiente angular, ou seja, 3.

Portanto, todo quadrilátero com dois lados paralelos é um trapézio.

Este trapézio não poderia ser um retângulo, pois o produto dos coeficientes angulares das retas  $p$  e  $q$  é diferente de  $-1$ , o que nos mostra que o ângulo formado pelas retas  $p$  e  $q$  não é reto.

**Resposta da questão 16:**

[A]

Sobre as inequações apresentadas:

$x^2 + y^2 \leq 4 \Rightarrow$  Circunferência de raio 2 e centro na origem.

$x + y \leq 0 \Rightarrow$  Reta que passa pelo segundo e quarto quadrantes cortando-os diagonalmente, passando também pela origem. Assim, existirá um segmento de reta pertencente à mesma que é diâmetro da circunferência anterior.

**EEAR**  
**SONHO**