REVISÃO 1

1. A soma dos doze primeiros termos de uma Progressão Aritmética formada por números reais é 243.

Considerando que o sétimo termo é 22, a razão r, com $r \in \mathbb{R}$, será

a) $1 < r < 2$

b) $2 < r < 3$

c) $3 < r < 4$

d) $4 < r < 5$

2. Numa progressão aritmética de razão 3, o sexto termo vale 54. O septuagésimo sexto termo dessa sequência é o número

a) 284.

b) 264.

c) 318.

d) 162.

e) 228.

3. A sequência $(-30,\ -27,\ -24,\ -21,\ \ldots)$ mantém esse padrão de comportamento para um determinado número de termos n. A soma destes n termos vale zero.

Qual é esse número de termos?

a) 19

b) 20

c) 21

d) 22

4. Em um experimento com uma colônia de bactérias, verificou-se que uma bactéria se divide em duas a cada hora. Nessas condições, o número de bactérias originadas de uma só bactéria dessa colônia, depois de 12 horas, será

a) 4096

b) 8192

c) 1048

d) 3096

e) 2048

5. Considere a igualdade:

$$\frac{1+3+5+\cdots+179}{2^a+2^{2^a}+2^{3a}+\cdots} = 8.100.$$

O valor de a que satisfaz a igualdade pertence ao intervalo:

a) $[-2,\ 3]$

b) $[0,\ 5]$

c) $[2,\ 5]$

d) $[-5,\ -3]$

e) $\left[-\frac{1}{2},\ 2\right]$

6. A população inicial de uma colônia de bactérias, que cresce 40% a cada hora, é de $8 \cdot 10^5$ bactérias. Qual é o número aproximado de bactérias dessa colônia ao final de 16 horas?

Considere$(1{,}4)^{16} = 218$

a) $1{,}7 \times 10^8$

b) $2{,}2 \times 10^5$

c) $1{,}8 \times 10^6$

d) $3{,}4 \times 10^8$

e) $4{,}6 \times 10^5$

7. Calculando-se o determinante a seguir, obtém-se

$$\begin{vmatrix} y & 2 & -1 \\ 4 & 5 & x \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

a) $-4x^2y + 15y - 37$

b) $-2x + 17xy^2 - 37$

c) $-2x - 2xy + 15y - 37$

d) $-2x + 2xy - 15y - 37$

e) $-2x^2y - 17xy^2 - 37$

8. Considerando que A é uma matriz quadrada de ordem 3 e inversível, se $det(3A) = det(A^2)$, então $det(A)$ é igual a:

a) 9

b) 0

c) 3

d) 6

e) 27

9. Se a matriz com $det(A) = 1$ e $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{pmatrix}$, o valor de m é

a) -1

b) 1

c) 0

d) 2

e) -2

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[C]

Calculando:

$$S = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2} = 243 \to a_1 + a_{12} = 40{,}5$$
$$a_7 = a_1 + 6r = 22 \to a_1 = 22 - 6r$$
$$a_{12} = a_1 + 11r \to a_{12} = 22 + 5r$$

Logo:

$$22 - 6r + 22 + 5r = 40{,}5 \to 44 - r = 40{,}5 \to r = 3{,}5 \to 3 < r < 4$$

Resposta da questão 2:
[B]

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_6 \to 54 = a_1 + (6-1) \cdot 3 \to a_1 = 39$$
$$a_{76} = 39 + (76-1) \cdot 3 = 264$$

Resposta da questão 3:
[C]

Calculando:

$$(-30,\ -27,\ -24,\ -21,\ \ldots) \to PA\ com\ r = 3$$
$$S_{termos} = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$S_{termos} = 0 = \frac{(a_1 + a_1 + (n-1) \cdot r) \cdot n}{2} = \frac{(-30 - 30 + (n-1) \cdot 3) \cdot n}{2} = \frac{(-63 + 3n) \cdot n}{2} = 0$$
$$(-63 + 3n) \cdot n = 0 \to \begin{cases} n = 0\ (não\ convém) \\ -63 + 3n = 0 \to n = 21 \end{cases}$$

Resposta da questão 4:
[A]

O número de bactérias a cada hora cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 2 e razão também igual a 2. Desse modo, a resposta é $a_{12} = 2 \cdot 2^{11} = 4096$.

Resposta da questão 5:
[A]

Tem-se que

$$\frac{1 + 3 + 5 + \cdots + 179}{2^a + 2^{2a} + 2^{3a} + \cdots} = 8100 \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{1+179}{2}\right) \cdot 90}{\frac{2^a}{1 - 2^a}} = 8100$$
$$\Leftrightarrow 1 - 2^a = 2^a$$
$$\Leftrightarrow 2^{a+1} = 2^0$$
$$\Leftrightarrow a = -1.$$

Portanto, $a \in [-2,\ 3]$.

Resposta da questão 6:
[A]

O número de bactérias, $p(t)$, da colônia, após t horas, é dado por

$$p(t) = 8 \cdot 10^5 \cdot (1{,}4)^t.$$

Em consequência, o número aproximado de bactérias dessa colônia ao final de 16 horas é igual a

$$\begin{aligned} p(16) &= 8 \cdot 10^5 \cdot (1{,}4)^{16} \\ &\cong 8 \cdot 10^5 \cdot 218 \\ &\cong 1744 \cdot 10^5 \\ &\cong 1{,}7 \cdot 10^8. \end{aligned}$$

Resposta da questão 7:
[C]

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} y & 2 & -1 \\ 4 & 5 & x \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 15y - 2x - 8 - 5 - 2xy - 24$$
$$= -2x - 2xy + 15y - 37.$$

Resposta da questão 8:
[E]

Pelo Teorema de Binet, sabemos que $det(A \cdot B) = det(A) \cdot det(B)$, com A e B sendo matrizes invertíveis. Além disso, temos $det(kA) = k^n \cdot det(A)$, em que k é um número real e n é a ordem da matriz invertível A. Portanto, segue que

$$\begin{aligned} det(3A) = det(A^2) &\Leftrightarrow 3^3 \cdot det(A) = det^2(A) \\ &\Leftrightarrow det(A) \cdot (det(A) - 27) = 0 \\ &\Rightarrow det(A) = 27. \end{aligned}$$

Resposta da questão 9:
[B]

Temos

$$det\, A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - m \cdot (-1) = m.$$

Logo, pelo Teorema de Binet, segue que

$$\begin{aligned} det\, A \cdot det\, A^{-1} = 1 &\Leftrightarrow 1 \cdot m = 1 \\ &\Leftrightarrow m = 1. \end{aligned}$$