FUTUROMILITAR.OFICIAL

eear.sonho

600 QUESTÕES RESOLVIDAS DE MATEMÁTICA

EEAR

APRESENTAÇÃO

Olá, amigos Futuros Militares, tudo bem ?

Vamos começar nossa segunda aula de Matemática I. Falaremos hoje sobre Progressão Geométrica, assunto de extrema importância para o seu concurso.

Se estiver com alguma dúvida, envie para mim no meu Instagram @futuromilitar.oficial

Bom papiro!!!

Professor: Êurope Gorito

"Você não só tem o direito de ser feliz como também tem a obrigação de lutar para alcançar a felicidade"

Autor desconhecido

VIDEOAULAS SUGERIDAS

Nesse tópico **indicarei algumas videoaulas do assunto** para você assistir. São aulas do Youtube que eu considerei de excelente qualidade e de fácil compreensão.
Deixo claro que nenhum destes professores tem participação no nosso curso de 600 questões resolvidas. São apenas indicações minhas para você conseguir aprender bem a matéria.

Aulas de Progressão Geométrica:

Professor Paulo Pereira

https://www.youtube.com/watch?v=lWqOrQ3GZC0&list=PLEfwqyY2ox85NtaWwua8KHQYEx5I7qe3E&index=6

Professor Ferreto

https://www.youtube.com/watch?v=Eukjr05bpzI

Matemática Pra Passar

https://www.youtube.com/watch?v=ikzS9XNH9YE

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA - QUESTÕES

1) Em um experimento com uma colônia de bactérias, verificou-se que uma bactéria se divide em duas a cada hora. Nessas condições, o número de bactérias originadas de uma só bactéria dessa colônia, depois de 12 horas, será

a) 4096

b) 8192

c) 1048

d) 3096

e) 2048

2) O produto dos termos da progressão geométrica cujo primeiro termo, a razão e o último termo são respectivamente iguais a -1, -2 e 32 é igual a

a) -32.768.

b) -1.024.

c) -64.328.

d) -6.432.

3) Os números que expressam o raio de uma circunferência, seu perímetro e a área do círculo delimitado por tal circunferência estão, nessa ordem, em progressão geométrica.

Qual é o raio da circunferência?

a) 2

b) 4

c) 2π

d) 4π

4) Se a e b são números reais positivos tais que a sequência $(a,\ 6,\ b)$ é uma progressão aritmética e a sequência $(a,\ \sqrt{11},\ b)$ é uma progressão geométrica, então o produto de a e b é:

a) 6.

b) 10.

c) 11.

d) 66.

5) Em uma escola com 512 alunos, um aluno apareceu com o vírus do sarampo. Se esse aluno permanecesse na escola, o vírus se propagaria da seguinte forma: no primeiro dia, um aluno estaria contaminado; no segundo, dois estariam contaminados; no terceiro, quatro, e assim sucessivamente. A diretora dispensou o aluno contaminado imediatamente, pois concluiu que todos os 512 alunos teriam sarampo no:

a) 9º dia.

b) 10º dia.

c) 8º dia.

d) 5º dia.

e) 6º dia.

6) (Eear 2016) Quatro números estão dispostos de forma tal que constituem uma PG finita. O terceiro termo é igual a 50 e a razão é igual a 5. Desta maneira, o produto de $a_1 \cdot a_4$ vale

a) 10

b) 250

c) 500

d) 1.250

7) Uma progressão geométrica tem o seu primeiro termo e sua razão iguais a $\frac{1}{2}$.

O quinto termo dessa progressão é uma fração que, se escrita em forma percentual, é dada por

a) $6{,}25\%$

b) $31{,}25\%$

c) $3{,}125\%$

d) 32%

e) $2{,}5\%$

8**)** Para que a sequência $(-9,\ -5,\ 3)$ se transforme numa progressão geométrica, devemos somar a cada um dos seus termos um certo número. Esse número é:

a) par

b) quadrado perfeito

c) primo

d) maior que 15

e) não inteiro

9**)** Na progressão geométrica $(1,\ 2,\ 4,\ 8,\ \dots)$, sendo a_n o n-ésimo termo e S_n a soma dos n primeiros termos, podemos concluir que:

a) $S_n = 2 \cdot a_n$

b) $S_n = a_n + 1$

c) $S_n = a_{n+1} + 1$

d) $S_n = a_{n+1} - 1$

e) $S_n = 2 \cdot a_{n+1}$

10**)** Se o quarto termo de uma progressão geométrica é 2, então o produto dos seus 7 primeiros termos é igual a

a) 108

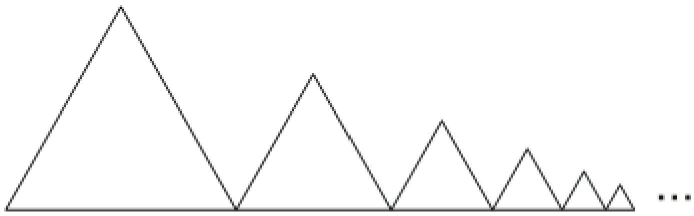
b) 128

c) 148

d) 168

e) 188

11) A sequência representada, na figura abaixo, é formada por infinitos triângulos equiláteros. O lado do primeiro triângulo mede 1, e a medida do lado de cada um dos outros triângulos é $\frac{2}{3}$ da medida do lado do triângulo imediatamente anterior.



A soma dos perímetros dos triângulos dessa sequência infinita é

a) 9.

b) 12.

c) 15.

d) 18.

e) 21.

12**)**(EEAR) Se 1/x é o 8º elemento da P.G. (9, 3, 1, ...), então o valor de x é

a)27

b)81

c)243

d)729

13**)**(EEAR) Dada a equação 20x + 10x + 5x + ... = 5, em que o primeiro membro representa a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, o valor de 1/x é

a)12

b)10

c)8

d)5

14**)**(EEAR) Considere que o número de células de um embrião, contadas diariamente desde o dia da fecundação do óvulo até o 30° dia de gestação, forma a sequência: 1, 2, 4, 8, 16... A função que mostra o número de células, conforme o número de dias x, é

$f:\{x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 30\} \rightarrow \mathbb{N}; f(x) =$

a)2^{x-1}

b)2x - 1

c)$2^x - 1$

d)$x^2 - 1$

15**)**(EEAR) O 6º termo da sequência 2, 8, 32, 128, ... é um número cuja soma dos algarismos é

a)10

b)12

c)14

d)16

16**)**(EEAR) Seja a PG (a_1,a_2,a_3,a_4,...) de razão q=2. Se a_1+a_5=272, o valor de a_1 é

a)8

b)6

c)18

d)16

17**)**(EEAR) Seja (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, ...) uma PG de termos não nulos. Se $2(a_2 + a_4) = a_3 + a_5$, pode-se afirmar corretamente que a razão dessa PG é

a)4

b)2

c)1/2

d) $\sqrt{2}$

18**)**(EEAR) Em uma Progressão Geométrica, o primeiro termo é 1 e a razão é ½. A soma dos 7 primeiros termos dessa PG é

a) 127/64

b) 97/64

c) 63/32

d) 57/32

19**)**(EEAR) Se a sequência (x,3x+2,10x+12)é uma PG de termos não nulos, então x^2 é

a)1

b)4

c)9

d)16

20**)** O produto dos 15 primeiro termos da P.G. de primeiro termo 1 e razão 10 vale:
a) 10^{12}
b) 10^{21}

c) 10^{14}
d) 10^{145}
e) 10^{105}

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[A]

Pessoal, o número de bactérias a cada hora cresce segundo uma **progressão geométrica** de primeiro termo igual a 2 e razão também igual a 2.

Lembrando que a Fórmula da PG é dada por $\boldsymbol{a_n = a_1 . q^{n-1}}$

Após 12 horas, **o valor de n será 12, portanto:**

Desse modo, a resposta é $a_{12} = 2 \cdot 2^{11} = 4096.$

Resposta: **Letra A**

Resposta da questão 2:
[A]

Do enunciado, concluímos que:

Se $a_1 = -1,\ q = -2$ e $a_n = 32,$

Pela fórmula do termo geral da PG: $\boldsymbol{a_n = a_1 . q^{n-1}}$

então

$$32 = (-1) \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 2^5 = (-1)^n \cdot 2^{n-1} \Leftrightarrow n = 6.$$

Para calcular o produto dos termos de uma PG, podemos usar a fórmula:

$$\boldsymbol{P_n = a_1^n . q^{\frac{n.(n-1)}{2}}}$$

Portanto, segue que a resposta é

$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n\cdot(n-1)}{2}} = (-1)^6 \cdot (-2)^{15} = -32768.$

Resposta: **Letra A**

Resposta da questão 3:
[D]

Calculando:

$$PG \rightarrow (a_1, a_1 q, a_1 q^2) = (R, 2\pi R, \pi R^2)$$

Para encontrar a razão de uma PG, devemos pegar um termo qualquer e dividir pelo termo anterior, se dividirmos o 2° termo pelo primeiro, encontraremos a razão da PG.

$$q = \frac{2\pi R}{R}$$

$$q = 2\pi$$

Pela definição de PG, **se multiplicarmos o 2° termo pela razão, encontraremos o 3° termo.**

$$(2\pi R).(2\pi) = \pi R^2$$

$$\boldsymbol{R = 4\pi}$$

Resposta: **Letra D**

Resposta da questão 4:
[C]

Usando a propriedade que diz que **o termo central de uma PG ao quadrado é igual ao produto dos equidistantes**. **Portanto,** $(\boldsymbol{a},\ \sqrt{\mathbf{11}},\ \boldsymbol{b})$ **=>** $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = (\sqrt{\mathbf{11}})^{\mathbf{2}} = \mathbf{11}$.

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 5:
[B]

O número de alunos contaminados no n-ésimo dia é dado por 2^{n-1}.

Queremos calcular n, tal que $2^{n-1} = 512$. Desse modo,

$$2^{n-1} = 512 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^9 \Leftrightarrow n = 10.$$

Portanto, todos os alunos teriam sarampo no 10º dia.

Resposta: **Letra B**

Resposta da questão 6:
[C]

$$(\boldsymbol{a_1},\ \boldsymbol{a_2},\ \mathbf{50},\ \boldsymbol{a_4})$$

Meu amigo, observe o seguinte, **se dividirmos o 2° termo pelo 1° termo, encontraremos a razão. Se dividirmos o 4° termo pelo 3° termo, também encontraremos a razão**. Daí concluímos que:

$$\frac{\boldsymbol{a_2}}{\boldsymbol{a_1}} = \frac{\boldsymbol{a_4}}{\mathbf{50}}$$

Multiplicando cruzado, $a_1 \cdot a_4 = a_2 \cdot 50$ e que $a_2 = \frac{50}{5} = 10$.

Logo, $a_1 \cdot a_4 = 10 \cdot 50 = \mathbf{500}$.

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 7:
[C]

Temos que $a_1 = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}$

Temos ainda que, o termo geral da PG é

$$\boldsymbol{a_n = a_1 . q^{n-1}}$$

Calculando o 5 termo:

$a_5 = \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32} = 0{,}03125 = \mathbf{3{,}125}\%$

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 8:
[C]

Seja x o número procurado.

Temos

$$(-5+x)^2 = (-9+x)\cdot(3+x) \Leftrightarrow 25 - 10x + x^2 = -27 - 6x + x^2$$
$$\Leftrightarrow x = 13,$$

ou seja, um primo ímpar menor do que 15.

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 9:
[D]

Desde que

$$a_{n+1} = 1 \cdot 2^n \Leftrightarrow a_{n+1} = 2^n,$$

temos

$S_n = 1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} \Leftrightarrow S_n = a_{n+1} - 1.$

Resposta: **Letra D**

Resposta da questão 10:
[B]

Se $a_4 = a_1 \cdot q^3 = 2$, então

Pela fórmula do Produto dos termos da PG, temos:

$$\boldsymbol{P_n = a_1^n . q^{\frac{n.(n-1)}{2}}}$$

Então:

$$\begin{aligned} P_7 &= a_1^7 \cdot q^{7 \cdot \left(\frac{7-1}{2}\right)} \\ &= (a_1 \cdot q^3)^7 \\ &= 2^7 \\ &= 128. \end{aligned}$$

Resposta: **Letra B**

Resposta da questão 11:
[A]

A soma pedida é igual a

$3 \cdot \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \cdots\right) = 3 \cdot \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = 9.$

Resposta da questão 12:

[C]

A questão nos deu uma **P.G. (9, 3, 1, ...)**.

Para descobrir a razão de uma P.G, **basta pegar um termo e dividir pelo seu antecessor.**

Utilizando o **2º e 1º termos** teremos:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Para descobrirmos **qualquer termo** de uma P.G. podemos usar sua **fórmula do termo geral** (Atenção! Memorize esta fórmula)

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

O enunciado diz que o **oitavo termo (a_8)** é igual a $\frac{1}{x}$. Pela fórmula do **termo geral** encontramos:

$$a_8 = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{(8-1)} = 3^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{\cancel{3^2}}{3^{\cancel{7}5}} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$$

Como $a_8 = \frac{1}{x}$, vem:

$$a_8 = \frac{1}{243} = \frac{1}{x}$$

$$x = 243$$

Resposta correta: Alternativa C

Resposta da questão 13:

[C]

Observe, caro aluno, que **o lado esquerdo da equação é uma PG** de razão ½

$$20x + 10x + 5x + ... = 5$$

Aplicando a fórmula da **soma da PG infinita**:

$$S = \frac{20x}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{20x}{\frac{1}{2}} = 40x$$

Portanto, 40x = 5

$$x = \frac{1}{8}$$

O valor de 1/x é 8.
Resposta correta: Alternativa C

Resposta da questão 14:

[A]

Observe que cada termo nessa sequência **é o dobro do termo anterior**, ou seja, trata-se de um PG de razão q=2.

O **termo geral de uma P.G** é dado por :

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

Sabendo que a_1=1, q=2 e **substituindo** a_n **por** f(x) encontramos:

$$f(x) = 1 \cdot 2^{(x-1)}$$

$$f(x) = 2^{x-1}$$

Resposta correta: Alternativa A

Resposta da questão 15:

[C]

Observamos que cada termo é o anterior multiplicado por 4, ou seja, basta multiplicar por 4 que encontramos o próximo termo.

Continuando a sequência:

(2, 8, 32, 128, **512, 2048** ...)

O sexto termo é 2048

Soma dos algarismos: **2 + 0 + 4 + 8 = 14**

Gabarito: **alternativa C**.

Resposta da questão 16:

[D]

Pela fórmula do termo geral da PG

$$\boxed{a_n = a_1 . q^{n-1}}$$

Podemos encontrar o a_5

$$a_5 = a_1 . q^4 = a_1 . 16$$

$a_1 + a_5 = 272$

$a_1 + 16a_1 = 272$

$17a_1 = 272$

$\boldsymbol{a_1 = 16}$

Gabarito: **alternativa D**.

Resposta da questão 17:

[B]

Observe que $a_2 = a_1.q$, $a_3 = a_1.q^2$, $a_4 = a_1.q^3$ e $a_5 = a_1.q^4$

Substituindo na equação:

$$2(a_2 + a_4) = a_3 + a_5$$

$$2(a_1q + a_1q^3) = a_1q^2 + a_1q^4$$

$$2\cancel{a_1}q + 2\cancel{a_1}q^3 = \cancel{a_1}q^2 + \cancel{a_1}q^4$$

$$2q\,\cancel{(1+q^2)} = q^2\,\cancel{(1+q^2)}$$

$$2q = q^2$$

$$q = 0(\textit{ Não convém }) \; ou \; \mathbf{q} = \mathbf{2}$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 18:

[A]

Trata-se de **uma PG com a_1=1 e razão q=1/2.** A soma dos n primeiros termos é dada por

$$S_n = \frac{a_1\,(q^n - 1)}{q - 1}$$

Calculando a soma dos 7 primeiros termos

$$S_7 = \frac{1[\left(\frac{1}{2}\right)^7 - 1]}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1}{128} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{-127}{128}}{\frac{-1}{2}} = \mathbf{\frac{127}{64}}$$

Gabarito: **alternativa A**.

Resposta da questão 19:

[B]

O termo central de um PG ao quadrado é igual ao produto dos termos equidistantes. Então

$$(3x + 2)^2 = x.(10x + 12)$$

$$9x^2 + 12x + 4 = 10x^2 + 12x$$

$$\mathbf{x^2 = 4}$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 20:

[E]
A P.G. é $(1, 10, 10^2, 10^3, \ldots)$

O 15º termo é $a_{15} = a1.q^{14} = 1.\ 10^{14} = 10^{14}$

Logo o produto dos 15 primeiros termos (P_{15}) é:

$P_{15} = 1.10.10^2.10^3.\ \ldots\ .\ 10^{14}$ **(lembre que multiplicação de bases iguais, repete-se a base e soma os expoentes)**

$P_{15} = 10^{1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 14}$

Como $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 14 \Rightarrow$ Soma de uma PA

Então: $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 14 = (1 + 14).14/2 = 105$,

vem que $P_{15} = 10^{105}$

Resposta: **alternativa E**

GABARITO

1	A	**11**	A
2	A	**12**	C
3	D	**13**	C
4	C	**14**	A
5	B	**15**	C
6	C	**16**	D
7	C	**17**	B
8	C	**18**	A
9	D	**19**	B
10	B	**20**	E