PROGRESSÃO ARITMÉTICA

1)Qual o 100° termo da PA (5, 8, 11, 14 ...)

a)302 b)300 c)333 d)402

2) Dada a progressão aritmética (4, 11, 18, 25 ...) o termo 116 ocupa qual posição ?

a)15 b)16 c)17 d)18

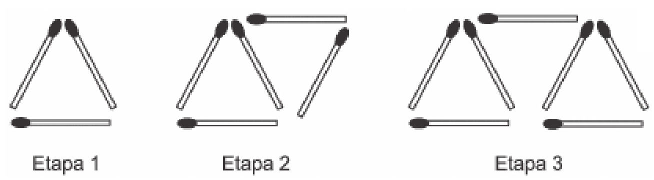
3) Se o 20° termo de uma PA é 44 e o 30° termo vale 164. Calcule a razão da progressão:

a)12 b)10 c)15 d)18

4) Em uma P.A de 3 termos a soma desses vale 45. Sabe-se ainda que o produto do primeiro termo com o segundo vale 150. Calcule o 3° termo

a)150 b)20 c)15 d)10

5) Considere o padrão de construção de triângulos com palitos, representado nas figuras abaixo.



Na etapa n, serão utilizados 245 palitos. Nessas condições, n é igual a

a) 120. b) 121. c) 122. d) 123.

6) Considere que (a, b, 3, c) é uma progressão aritmética de números reais, e que a soma de seus elementos é igual a 8. O produto dos elementos dessa progressão é igual a

a) 30. b) 10. c) -15. d) -20.

7)(EEAR) As casas de uma rua foram numeradas em ordem crescente segundo as regras: os números formam uma P.A. de razão 5; cujo primeiro termo é 1; as casas à direita são ímpares e as à esquerda, pares. Assim, se Tiago mora na 3ª casa do lado esquerdo, o nº da casa dele é

a) 26 b) 31 c) 36 d) 41

8)(EEAR) As medidas, em cm, dos lados de um pentágono estão em Progressão Aritmética (PA). Se o perímetro desse polígono é 125 cm, o terceiro elemento da PA é

a) 25 b) 30 c) 35 d) 40

9)(EEAR) Considere esses quatro valores x, y, 3x, 2y em PA crescente. Se a soma dos extremos é 20, então o terceiro termo é

a) 9 b) 12 c) 15 d) 18

10)(EEAR) Em uma PA cuja razão é igual ao seu primeiro termo, tem-se $a_3+a_7=5$. Assim, a razão dessa PA é

a)0,5 b)2,5 c)2 d)1

11)(EEAR) A progressão aritmética, cuja fórmula do termo geral é dada por $a_n = 5n - 18$, tem razão igual a

a) -5 b) -8 c) 5 d) 8

12)(EEAR) Na PA decrescente (18, 15, 12, 9, ...), o termo igual a –51 ocupa a posição

a) 30 b) 26 c) 24 d) 18

13)(EEAR) Os números que expressam as medidas, em cm ou em cm² , do lado, da superfície e do perímetro de um quadrado, dados nessa ordem, formam uma PA. O lado desse quadrado, em cm, mede

a)5/2 b)5/3 c)3/4 d)3/2

14)(EEAR)Inscrevendo-se nove meios aritméticos entre 15 e 45, obtém-se uma PA cujo sexto termo é

a) 25. b) 30. c) 33. d) 42.

15) De uma progressão aritmética a_n, de razão r, sabe-se que $a_8 = 16$ e $a_{14} = 4$. Seja S_n a soma dos n primeiros termos de a_n, o menor valor de n, de modo que $S_n = 220$, é

a) 12 b) 11 c) 14 d) 16

16) Clara está pensando em criar um lindo pomar. A ideia de Clara consiste em dispor suas árvores plantadas em forma de triângulo, havendo uma árvore na primeira fila, três árvores na segunda fila, cinco árvores na terceira fila, e, assim, sucessivamente. Imaginando que o projeto do pomar de Clara tem quarenta filas, quantas árvores haverá no pomar?

a) 1200 b) 1.600 c) 3.200 d) 800

17) Determine o 2017° termo da Progressão Aritmética cujo 1° termo é 4 e cuja razão é 2.

a) 4.032. b) 4.034. c) 4.036. d) 4.038.

18) Um maratonista registrou os seus tempos, em segundos para um mesmo percurso, durante 1 semana, que foram: (20, 18, 16,14,12, 10, 8). Essa sequéncia numérica representa uma progressão de que tipo?

a) Geométrica crescente.

b) Geométrica decrescente.

c) Aritmética crescente.

d) Aritmética decrescente.

19) Brincando de construir sequências numéricas, Marta descobriu que em uma determinada progressão aritmética, a soma dos cinquenta primeiros termos é S_{50} = 2.550. Se o primeiro termo dessa progressão é a_1 = 2, qual o valor que ela irá encontrar fazendo a soma S_{27} + S_{12} ?

a) 312 b) 356 c) 912 d) 756

20) Dada a função f(x)= 2x + 1, sabe-se que f(0)+f(1)+f(2)+...+f(99)= a .10^n. Os valores de a e n podem ser, respectivamente:

a) 2 e 3 b) 1 e 5 c) 2 e 4 d) 1 e 4

21) Em uma apresentação circense, forma-se uma pirâmide humana com uma pessoa no topo sustentada por duas outras que são sustentadas por mais três e assim sucessivamente. Quantas pessoas são necessárias para formar uma pirâmide com oito filas de pessoas, da base ao topo?

a) 8. b) 16. c) 28. d) 36.

22) Numa progressão aritmética de razão 3, o sexto termo vale 54. O septuagésimo sexto termo dessa sequência é o número

a) 284. b) 264. c) 318. d) 162.

23) A sequéncia (-30, -27,- 24, -21,...) mantém esse padrão de comportamento para um determinado número de termos n. A soma destes n termos vale zero.

Qual é esse número de termos?

a) 19 b) 20 c) 21 d) 22

24) Se a soma dos *n* primeiros termos de uma progressão aritmética (PA) de termo geral a_n, com $n \geq 1$, é dada por $S_n = \frac{15n-n^2}{4}$, então o vigésimo termo dessa PA é:

a) –10.   b) –6.   c) 4.   d) 12.   e) 20.

25) Numa progressão aritmética, observa-se que a soma (S_n) dos seus "n" termos iniciais ("n" indica a posição de cada termo na série) é fornecida pela expressão $S_n = 7\text{n} - n^2$. Assinale a alternativa que mostra o valor do termo que ocupa a 5ª posição da série.

a) – 2.   b) 1.   c) 4.   d) 7.   e) 10.

26)Denominando P a soma dos números pares de 1 a 100 e I a soma dos números ímpares de 1 a 100. P - I é

a)49 b)50 c)51 d)52

27) (ESPCEX) Em uma progressão aritmética, a soma S_n de seus n primeiros termos é dada pela expressão $S_n = 5\text{n}^2 - 12n$, com n ϵ N
*A razão dessa progressão é

a) –2   b) 4   c) 8   d) 10   e) 12

28)   Um ciclista pedala $310km$ em cincos dias. Cada dia ele pedala $10km$ a mais do que andou no dia anterior. Assim a distância pedalada pelo ciclista no primeiro dia foi:

a) $36km$ b) $40km$ c) $42km$ d) $44km$ e) $46km$

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1

[A]

Qual o 100° termo da PA (5, 8, 11, 14...)

Podemos utilizar a fórmula do termo geral da PA. **Observe que a razão da PA é 3**, pois os termos estão aumentando de 3 em 3.

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

$$a_{100} = a_1 + (100 - 1).r$$

$$a_{100} = 5 + 99.3$$

$$a_{100} = 302$$

Resposta: Letra A

Resposta da questão 2

[C]

Dada a progressão aritmética (4, 11, 18, 25 ...) o termo 116 ocupa qual posição

Podemos utilizar **a fórmula do termo geral da PA**. Observe que enunciado diz que $a_n = 116$, $a_1 = 4$ e $r = 7$

$$116 = a_1 + (n - 1).r$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

$$116 = a_1 + (n-1).r$$

$$116 = 4 + (n-1).7$$

$$112 = (n-1).7$$

$$16 = n - 1$$

$$n = 17$$

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 3

[A]

Se o 20° termo de uma PA é 44 e o 30° termo vale 164. Calcule a razão da progressão:

Temos que $a_{20} = 44$ e $a_{30} = 164$, utilizando a fórmula do termo geral, vem:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

$$\begin{cases} a_{20} = a_1 + 19r = 44 \\ a_{30} = a_1 + 29r = 164 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, encontramos,

$a_1 = -184$ e **r = 12**

Resposta: **Letra A**

Resposta da questão 4

[B]

Em uma P.A de 3 termos a soma desses vale 45. Sabe-se ainda que o produto do primeiro termo com o segundo vale 150. Calcule o 3° termo

Chamando os termos da PA de (x – r, x , x + r)

A soma dos termos é x – r + x + x + r = 45

3x = 45

x = 15

O terceiro termo é x + r , ou seja, 15 + 5 **= 20**

Resposta: **Letra B**

r = 5

Resposta da questão 5

[C]

O número de palitos em cada etapa cresce segundo a sequência (3, 5,7, ...), com n sendo um número natural. **A sequência é uma progressão aritmética de primeiro termo a_1 =3 e razão r = 2.** Em consequência, podemos utilizar a fórmula do termo geral da PA.

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

$$245 = 3 + (n-1).2$$

$$242 = 2n - 2$$

$$\boldsymbol{n = 122}$$

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 6

[C]

Seja r a razão da progressão aritmética, tal que

(a,b,3,c)=(3 - 2r,3 - r,3,3 + r).

Logo, **como a soma de seus elementos é igual a 8**, temos

3 - 2r + 3 - r + 3 + 3 + r = 8 ⇔ r = 2 .

a = 3 – 2r = -1

b = 3 – r = 1

c = 3

d = 3 + r = 5

A resposta é (-1). 1. 3 . 5 = -15.

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 7

[A]

As casas foram numeradas formando uma **P.A. de razão 5 com**

primeiro termo igual a 1. As casas do **lado direito** são **ímpares** e as do **lado esquerdo** são **pares**.

Se Tiago mora na **3ª casa do lado esquerdo**, então ele mora no **3º número par desta sequência**.

Sabemos que o **primeiro termo** é ímpar. O **segundo** será par, o **terceiro** ímpar e assim sucessivamente, alternando entre par e ímpar.

Logo, o **3º termo par será o 6º termo da PA**.

Sabendo o **primeiro termo** (a1=1) e sua **razão** (r=5), pela **fórmula do termo geral** podemos encontrar o valor de seu **6º termo**:

$$a_6=a_1+(n-1)r=1+(6-1)5=1+(5)5=1+25=26$$

O nº da casa de Tiago, 3ª casa do lado esquerdo, **é 26.**

Resposta: **Alternativa A**

Resposta da questão 8

[A]

Seja x, em cm, a medida do menor lado do pentágono, e seja r a razão da P.A formada pelas medidas dos lados. Lembrando que **na P.A temos cada termo igual ao termo anterior acrescido da razão**, teremos a seguinte sequência formando os lados do polígono:

$$(x,x+r,x+2r,x+3r,x+4r)$$

Como o perímetro, que é a soma de todos os lados, vale 125 cm, temos:

$$\mathbf{x+(x+r)+(x+2r)+(x+3r)+(x+4r)=125\ cm}$$

$$5x+10r=125\text{ cm}$$

Dividimos a equação por 5:

$$x+2r=25\text{ cm}$$

A questão pede o valor do terceiro elemento da P.A. Ora, o terceiro elemento é justamente x+2r, que vale **25 cm**.

Gabarito: **alternativa A**.

Resposta da questão 9

[B]

Numa progressão aritmética, **a soma de termos equidistantes do termo central é constante**. Assim, da mesma forma que x+2y=20, teremos y+3x=20. Isolando y na segunda equação, obtemos y=20−3x. **Substituindo y na primeira**,

$$x+2(20-3x)=20$$

$$x+40-6x=20$$

$$5x=40-20$$

$$x=20/5=4$$

O terceiro termo vale

$$3x=3\times4=12$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 10

[A]

Temos um progressão aritmética com primeiro termo a_1 e razão $r = a_1$. Lembrando da fórmula do termo geral,

$$a_n=a_1+(n-1)r$$

Como $a_3 + a_7 = 5$,

$$\overbrace{a_1+(3-1)\,a_1}^{a_3}+\overbrace{a_1+(7-1)\,a_1}^{a_7}=5$$

$$a_1+2a_1+a_1+6a_1=5$$

$$10a_1=5$$

$$a_1 = 0,5 = r$$

A razão dessa P.A. é **0,5**.

Gabarito: **alternativa A**.

Resposta da questão 11

[C]

O termo geral de uma progressão aritmética com primeiro termo a1 e razão r é dado por

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Que podemos expandir para

$$a_n = a_1 + nr - r$$

Como vemos, o termo que multiplica n é a razão da progressão. Assim, como nos foi dada a fórmula $a_n = 5n - 18$, concluímos que a razão dessa progressão vale **5**.

Gabarito: **alternativa C**.

Resposta da questão 12

[C]

Pessoal, já sabemos que essa **progressão aritmética** (PA) é decrescente!

Agora, notem que o termo posterior é sempre 3 unidades **menor** que o termo anterior... Logo, a **razão** dessa PA é r = −3...

Pronto!! Chamando −51 de "último termo", teremos an=−51... Oras, como sabemos o primeiro termo dessa PA (a1=18), pela fórmula do **termo geral** da PA, podemos descobrir seu número de termos (n)... Então,

$$a_n=a_1+(n-1)\times r$$

Substituindo os valores, teremos:

$$-51=18+(n-1)\times(-3)$$

$$-51-18=-3n+3$$

$$-69-3=-3n$$

$$-72=-3n \rightarrow \times(-1)$$

$$72=3n$$

$$n=72/3$$

$$n=24$$

Portanto, essa PA tem **24 termos**!!

Se dissemos que −51 era o **"último termo"**, então ele ocupa a posição **24**, nessa PA.

Gabarito: **alternativa C**.

Resposta da questão 13

[A]

Pessoal, vamos chamar o **lado** desse quadrado de ℓ...

Dessa forma, sua **área** (superfície) será $A=\ell^2$ e,
seu **perímetro** será $2p=4\ell$...

Oras, sabemos que o **lado**, a **área** e o **perímetro** formam, nessa ordem, uma **progressão aritmética** (PA)... Então, teremos:

$$(\ell,\ell^2,4\ell)$$

Pronto!!... Numa PA, o termo central é a **média aritmética** dos termos equidistantes a ele... Então, podemos escrever:

$$\ell^2 = \frac{\ell + 4\ell}{2}$$

$$2\ell^2 = 5\ell$$

$$2\ell^2 - 5\ell = 0$$

$$\ell \cdot (2\ell - 5) = 0$$

Ficamos com um **produto** cujo resultado é **zero**... Então,

$$\ell=0 \text{ ou } 2\ell-5=0$$

$$\ell_1=0 \text{ ou } \ell_2=5/2$$

O quadrado não pode ter lado medindo **zero**... Então, o lado desse quadrado mede:

$$\boldsymbol{\ell=5/2 \text{ cm}}$$

Gabarito: **alternativa A**.

Resposta da questão 14

[B]

Precisamos montar uma P.A cujo primeiro termo é 15 e o último termo é 45. Além disso devem existir 9 termos entre esses dois termos.

Ou seja, estamos falando **de uma P.A com 11 termos.**

O primeiro termo é 15, portanto, a_1 = 15 e o último termo é 45, portanto, a_{11} = 45.

Aplicando **a fórmula do termo geral da P.A**, vem:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

$$a_{11}=a_1 + (11-1).r$$

$$45 = 15 + 10r$$

$$30=10r$$

$$\mathbf{r = 3.}$$

Daí podemos concluir que os termos da P.A são: 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45

Observe que o **sexto termo é o 30.**

Gabarito: **Alternativa B**

Resposta da questão 15

[B]

Calculando:

$$\begin{cases} a_8 = a_1 + 7r = 16 \\ a_{14} = a_1 + 13r = 4 \end{cases}$$

Resolvendo o Sistema:

$$r = -2 \ \ e \ a_1 = 30$$

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

$$a_n = 30 + (n-1).(-2) = 32 - 2n$$

Utilizando **a fórmula da soma dos termos da P.A**

$$\boxed{\boldsymbol{S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2}.n}}$$

$$S_n = \frac{(30 + 32 - 2n).n}{2} = 220$$

$$62n - 2n^2 = 440$$

$$2n^2 - 62n - 440 = 0$$

$$n^2 - 31n - 220 = 0$$

Resolvendo a **equação do 2° grau:**

$$n = 20 \ ou \ n = 11$$

Portanto, o menor valor é 11.

Resposta: **Alternativa B**

Resposta da questão 16

[B]

A quantidade de árvores em cada fila do pomar de Clara **formam uma PA de razão 2**. Assim, pode-se calcular:

$$a_{40} = a_1 + (n-1) \cdot r = 1 + 39 \cdot 2 \Rightarrow a_{40} = 79 \text{ árvores}$$
$$S_{40} = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2} = \frac{40 \cdot (1+79)}{2} \Rightarrow S_{40} = 1600 \text{ árvo}$$

Resposta: **Alternativa B**

Resposta da questão 17

[C]

Calculando:

$a_{2017} = a_1 + 2016 \cdot r$

$a_{2017} = 4 + 2016 \cdot 2 =$ **4036**

Resposta: **Alternativa C**

Resposta da questão 18

[D]

Como os termos decrescem de dois em dois temos uma progressão de primeiro termo igual a 20 e razão -2 logo, temos uma **progressão aritmética decrescente.**

Resposta: **Alternativa D**

Resposta da questão 19

[C]

Primeiro vamos relembrar a fórmula da soma dos termos da P.A

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

Tem-se que:

$$S_{50} = \left(\frac{a_1 + a_{50}}{2}\right) \cdot 50 \Leftrightarrow 2550 = \left(\frac{2 + a_{50}}{2}\right) \cdot 50$$
$$\Leftrightarrow a_{50} = 100.$$

Daí, se r é a razão da PA, então:

$a_1 + 49r = 100 \leftrightarrow r = 2.$

Portanto:

$$S_{27} + S_{12} = \left(2 + \frac{26 \cdot 2}{2}\right) \cdot 27 + \left(2 + \frac{11 \cdot 2}{2}\right) \cdot 12$$
$$= 756 + 156$$
$$= 912.$$

Resposta: **Alternativa C**

Resposta da questão 20

[D]

Tem-se que f(0)+f(1)+f(2)+...+ f(99) = a .10^n

1+ 3 + 5 +... +199 = a . 10^n

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1+199}{2}\right) \cdot 100 = a \cdot 10^n$$
$$\Leftrightarrow 1 \cdot 10^4 = a \cdot 10^n$$

Portanto, a = 1 e n = 4

Gabarito: **alternativa D**.

Resposta da questão 21

[D]

Utilizando os conceitos de progressão aritmética, pode-se escrever:

Na primeira fila, haverá 1 pessoa ($a_1 = 1$)

Na segunda fila, haverá 2 pessoas ($a_2 = 2$)

E assim por diante ...

$a_1 = 1$

$a_2 = 2$

...

$a_8 = 8$

Utilizando a **fórmula da soma dos termos da P.A:**

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2}.n}$$

$$S = \frac{(1+8)\cdot 8}{2} = 36 \text{ pessoas}$$

Resposta: **Alternativa D**

Resposta da questão 22

[B]

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$a_6 \to 54 = a_1 + (6-1)\cdot 3 \to a_1 = 39$$
$$a_{76} = 39 + (76-1)\cdot 3 = 264$$

Resposta: **Alternativa B**

Resposta da questão 23

[C]

Caculando

(-30,-27,-24,...) -> PA com r = 3

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

$a_n = -30 + (n-1).3$

$a_n = 3n - 33$

Como **a soma dos termos deve ser 0:**

$$S_n = \frac{(-30 + 3n - 33).n}{2} = 0$$

$$(-30 + 3n - 33).n = 0$$

$$3n^2 - 63n = 0$$

Resolvendo a equação do 2° grau, vem

n=0 (não convém) ou **n = 21**

Resposta: **Alternativa C**

Resposta da questão 24

[B]

Podemos usar a fórmula:

$$\boxed{S_n - S_{n-1} = a_n}$$

O vigésimo termo da progressão aritmética **é dado por**

$$S_{20} - S_{19} = a_{20}$$

$$\begin{aligned} S_{20} - S_{19} &= \frac{15 \cdot 20 - 20^2}{4} - \frac{15 \cdot 19 - 19^2}{4} \\ &= \frac{15 + (19 - 20) \cdot (19 + 20)}{4} \\ &= \frac{15 - 39}{4} \\ &= -6. \end{aligned}$$

Resposta: **Alternativa B**

Resposta da questão 25

[A]

O enésimo termo de uma Progressão aritmética, pode ser dado pela fórmula:

$$\boxed{S_n - S_{n-1} = a_n}$$

O quinto termo da PA é dado por

$$\begin{aligned} S_5 - S_4 &= 7 \cdot 5 - 5^2 - (7 \cdot 4 - 4^2) \\ &= 35 - 25 - (28 - 16) \\ &= -2. \end{aligned}$$

Resposta: **Alternativa A**

Resposta da questão 26

[B]

Temos que os pares de 1 a 100, formam uma PA (2,4,6,8...100)

Aplicando a fórmula da soma dos termos da PA

$$P = \frac{2 + 100}{2} \cdot 50 = 51 \cdot 50$$

E, para os ímpares, é análogo:

$$I = \frac{1 + 99}{2} \cdot 50 = 50 \cdot 50.$$

Portanto,

$$P - I = 51 \cdot 50 - 50 \cdot 50 = 50.$$

Resposta: **Alternativa B**

Resposta da questão 27

[D]

O primeiro termo da progressão aritmética é dado por

$a_1 = S_1 = 5 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 = -7.$

Desse modo, o segundo termo da progressão é tal que

$$\begin{aligned} a_2 &= S_2 - a_1 \\ &= 5 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - (-7) \\ &= 20 - 24 + 7 \\ &= 3. \end{aligned}$$

Portanto, a razão da progressão aritmética é $r = a_2 - a_1 = 3 - (-7) = 10.$

Resposta: **Alternativa D**

Resposta da questão 28

[C]

Seja n a distância, em quilômetros, pedalada pelo ciclista no primeiro dia. Dado que o ciclista pedala $10km$ a mais do que pedalou no dia anterior, temos

1° dia - > n km

2° dia - > n + 10 km

3° dia - > n + 20 km

4° dia - > n + 30 km

5° dia - > n + 40 km

A soma das distâncias percorridas é 310 km, portanto:

$$n + (n + 10) + (n + 20) + (n + 30) + (n + 40) = 310 \Leftrightarrow 5n = 210 \Leftrightarrow n = 42km.$$

Resposta: **Alternativa C**

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

1) Em um experimento com uma colônia de bactérias, verificou-se que uma bactéria se divide em duas a cada hora. Nessas condições, o número de bactérias originadas de uma só bactéria dessa colônia, depois de 12 horas, será

a) 4096

b) 8192

c) 1048

d) 3096

e) 2048

2) O produto dos termos da progressão geométrica cujo primeiro termo, a razão e o último termo são respectivamente iguais a $-1,\ -2$ e 32 é igual a

a) -32.768.

b) -1.024.

c) -64.328.

d) -6.432.

3) Os números que expressam o raio de uma circunferência, seu perímetro e a área do círculo delimitado por tal circunferência estão, nessa ordem, em progressão geométrica.

Qual é o raio da circunferência?

a) 2

b) 4

c) 2π

d) 4π

4) Se a e b são números reais positivos tais que a sequência $(a,\ 6,\ b)$ é uma progressão aritmética e a sequência $(a,\ \sqrt{11},\ b)$ é uma progressão geométrica, então o produto de a e b é:

a) 6.

b) 10.

c) 11.

d) 66.

5) Em uma escola com 512 alunos, um aluno apareceu com o vírus do sarampo. Se esse aluno permanecesse na escola, o vírus se propagaria da seguinte forma: no primeiro dia, um aluno estaria contaminado; no segundo, dois estariam contaminados; no terceiro, quatro, e assim sucessivamente. A diretora dispensou o aluno contaminado imediatamente, pois concluiu que todos os 512 alunos teriam sarampo no:

a) 9º dia.

b) 10º dia.

c) 8º dia.

d) 5º dia.

e) 6º dia.

6**)** (Eear 2016) Quatro números estão dispostos de forma tal que constituem uma PG finita. O terceiro termo é igual a 50 e a razão é igual a 5. Desta maneira, o produto de $a_1 \cdot a_4$ vale

a) 10

b) 250

c) 500

d) 1.250

7**)** Uma progressão geométrica tem o seu primeiro termo e sua razão iguais a $\frac{1}{2}$.

O quinto termo dessa progressão é uma fração que, se escrita em forma percentual, é dada por

a) $6{,}25\%$

b) $31{,}25\%$

c) $3{,}125\%$

d) 32%

e) $2{,}5\%$

8**)** Para que a sequência $(-9,\ -5,\ 3)$ se transforme numa progressão geométrica, devemos somar a cada um dos seus termos um certo número. Esse número é:

a) par

b) quadrado perfeito

c) primo

d) maior que 15

e) não inteiro

9**)** Na progressão geométrica $(1,\ 2,\ 4,\ 8,\ \ldots)$, sendo a_n o n-ésimo termo e S_n a soma dos n primeiros termos, podemos concluir que:

a) $S_n = 2 \cdot a_n$

b) $S_n = a_n + 1$

c) $S_n = a_{n+1} + 1$

d) $S_n = a_{n+1} - 1$

e) $S_n = 2 \cdot a_{n+1}$

10**)** Se o quarto termo de uma progressão geométrica é 2, então o produto dos seus 7 primeiros termos é igual a

a) 108

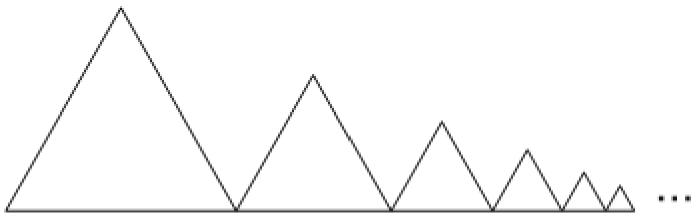
b) 128

c) 148

d) 168

e) 188

11) A sequência representada, na figura abaixo, é formada por infinitos triângulos equiláteros. O lado do primeiro triângulo mede 1, e a medida do lado de cada um dos outros triângulos é $\frac{2}{3}$ da medida do lado do triângulo imediatamente anterior.



A soma dos perímetros dos triângulos dessa sequência infinita é

a) 9.

b) 12.

c) 15.

d) 18.

e) 21.

12)(EEAR) Se 1/x é o 8º elemento da P.G. (9, 3, 1, ...), então o valor de x é

a)27

b)81

c)243

d)729

13)(EEAR) Dada a equação 20x + 10x + 5x + ... = 5, em que o primeiro membro representa a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, o valor de 1/x é

a)12

b)10

c)8

d)5

14)(EEAR) Considere que o número de células de um embrião, contadas diariamente desde o dia da fecundação do óvulo até o 30° dia de gestação, forma a sequência: 1, 2, 4, 8, 16... A função que mostra o número de células, conforme o número de dias x, é

$f : \{x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 30\} \rightarrow \mathbb{N}; f(x) =$

a)2^{x-1}

b)2x - 1

c)$2^x - 1$

d)$x^2 - 1$

15)(EEAR) O 6º termo da sequência 2, 8, 32, 128, ... é um número cuja soma dos algarismos é

a)10

b)12

c)14

d)16

16**)**(EEAR) Seja a PG $(a_1,a_2,a_3,a_4,\ldots)$ de razão q=2. Se $a_1+a_5=272$, o valor de a_1 é

a)8

b)6

c)18

d)16

17**)**(EEAR) Seja $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots)$ uma PG de termos não nulos. Se $2(a_2 + a_4) = a_3 + a_5$, pode-se afirmar corretamente que a razão dessa PG é

a)4

b)2

c)1/2

d) $\sqrt{2}$

18**)**(EEAR) Em uma Progressão Geométrica, o primeiro termo é 1 e a razão é ½. A soma dos 7 primeiros termos dessa PG é

a) 127/64

b) 97/64

c) 63/32

d) 57/32

19**)**(EEAR) Se a sequência $(x,3x+2,10x+12)$é uma PG de termos não nulos, então x^2 é

a)1

b)4

c)9

d)16

20**)** O produto dos 15 primeiro termos da P.G. de primeiro termo 1 e razão 10 vale:

a) 10^{12}

b) 10^{21}

c) 10^{14}

d) 10^{145}

e) 10^{105}

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[A]

O número de bactérias a cada hora cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 2 e razão também igual a 2. Desse modo, a resposta é $a_{12} = 2 \cdot 2^{11} = 4096.$

Resposta da questão 2:
[A]

Se $a_1 = -1,\ q = -2$ e $a_n = 32,$

então

$$32 = (-1) \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 2^5 = (-1)^n \cdot 2^{n-1} \Leftrightarrow n = 6.$$

Portanto, segue que a resposta é

$$a_1^n \cdot q^{\frac{n\cdot(n-1)}{2}} = (-1)^6 \cdot (-2)^{15} = -32768.$$

Resposta da questão 3:
[D]

Calculando:

$$PG \to (a_1, a_1q, a_1q^2) = (R, 2\pi R, \pi R^2)$$
$$q = 2\pi$$
$$q^2 = (2\pi)^2 = \pi R \to 4\pi^2 == \pi R \to R = 4\pi$$

Resposta da questão 4:
[C]

Usando a propriedade que diz que o termo central de uma PG ao quadrado é igual ao produto dos equidistantes**. Portanto,** $(\boldsymbol{a},\ \sqrt{\mathbf{11}},\ \boldsymbol{b})$ **=>** $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = (\sqrt{\mathbf{11}})^{\mathbf{2}} = \mathbf{11}.$

Resposta da questão 5:
[B]

O número de alunos contaminados no n-ésimo dia é dado por 2^{n-1}.

Queremos calcular n, tal que $2^{n-1} = 512$. Desse modo,

$$2^{n-1} = 512 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^9 \Leftrightarrow n = 10.$$

Portanto, todos os alunos teriam sarampo no 10º dia.

Resposta da questão 6:
[C]

$$(a_1,\ a_2,\ 50,\ a_4)$$

Sabemos que $a_1 \cdot a_4 = a_2 \cdot 50$ e que $a_2 = \frac{50}{5} = 10.$

Logo, $a_1 \cdot a_4 = 10 \cdot 50 = 500.$

Resposta da questão 7:
[C]

Calculando:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32} = 0{,}03125 = 3{,}125\%$

Resposta da questão 8:
[C]

Seja x o número procurado.

Temos

$$\begin{aligned}(-5+x)^2 = (-9+x)\cdot(3+x) &\Leftrightarrow 25 - 10x + x^2 \\ &= -27 - 6x + x^2 \\ &\Leftrightarrow x = 13,\end{aligned}$$

ou seja, um primo ímpar menor do que 15.

Resposta da questão 9:
[D]

Desde que

$$a_{n+1} = 1 \cdot 2^n \Leftrightarrow a_{n+1} = 2^n,$$

temos

$S_n = 1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} \Leftrightarrow S_n = a_{n+1} - 1.$

Resposta da questão 10:
[B]

Se $a_4 = a_1 \cdot q^3 = 2$, então

$$\begin{aligned}P_7 &= a_1^7 \cdot q^{7\cdot\left(\frac{7-1}{2}\right)} \\ &= (a_1 \cdot q^3)^7 \\ &= 2^7 \\ &= 128.\end{aligned}$$

Resposta da questão 11:
[A]

A soma pedida é igual a

$$3 \cdot \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \cdots\right) = 3 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 9.$$

Resposta da questão 12:

[C]

A questão nos deu uma **P.G. (9, 3, 1, ...)**.

Para descobrir a razão de uma P.G, **basta pegar um termo e dividir pelo seu antecessor.**

Utilizando o **2º e 1º termos** teremos:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Para descobrirmos **qualquer termo** de uma P.G. podemos usar sua **fórmula do termo geral** (Atenção! Memorize esta fórmula)

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

O enunciado diz que o **oitavo termo (a_8)** é igual a $\frac{1}{x}$. Pela fórmula do **termo geral** encontramos:

$$a_8 = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{(8-1)} = 3^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{\cancel{3^2}}{3^{\cancel{7}5}} = \frac{1}{3^5}$$

Como $a_8 = \frac{1}{x}$, vem:

$$a_8 = \frac{1}{243} = \frac{1}{x}$$

$$x = 243$$

Resposta correta: Alternativa C

Resposta da questão 13:

[C]

Observe, caro aluno, que **o lado esquerdo da equação é uma PG** de razão ½

$$20x + 10x + 5x + \ldots = 5$$

Aplicando a fórmula da **soma da PG infinita**:

$$S = \frac{20x}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{20x}{\frac{1}{2}} = 40x$$

Portanto, 40x = 5

$$x = \frac{1}{8}$$

O valor de 1/x é 8.
Resposta correta: Alternativa C

Resposta da questão 14:

[A]

Observe que cada termo nessa sequência **é o dobro do termo anterior**, ou seja, trata-se de um PG de razão q=2.

O **termo geral de uma P.G** é dado por :

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

Sabendo que $a_1=1$, q=2 e **substituindo** a_n **por** f(x) encontramos:

$$f(x) = 1 \cdot 2^{(x-1)}$$

$$f(x) = 2^{x-1}$$

Resposta correta: Alternativa A

Resposta da questão 15:

[C]

Observamos que cada termo é o anterior multiplicado por 4, ou seja, basta multiplicar por 4 que encontramos o próximo termo.

Continuando a sequência:

(2, 8, 32, 128, **512, 2048** ...)

O sexto termo é 2048

Soma dos algarismos: **2 + 0 + 4 + 8 = 14**

Gabarito: **alternativa C**.

Resposta da questão 16:

[D]

Pela fórmula do termo geral da PG

$$\boxed{a_n = a_1 . q^{n-1}}$$

Podemos encontrar o a_5

$$a_5 = a_1 . q^4 = a_1 . 16$$

$a_1 + a_5 = 272$

$a_1 + 16a_1 = 272$

$17a_1 = 272$

$\boldsymbol{a_1 = 16}$

Gabarito: **alternativa D**.

Resposta da questão 17:

[B]

Observe que $a_2 = a_1 . q$, $a_3 = a_1 . q^2$, $a_4 = a_1 . q^3$ e $a_5 = a_1 . q^4$

Substituindo na equação:

$$2(a_2 + a_4) = a_3 + a_5$$

$$2(a_1 q + a_1 q^3) = a_1 q^2 + a_1 q^4$$

$$2 \cancel{a_1} q + 2 \cancel{a_1} q^3 = \cancel{a_1} q^2 + \cancel{a_1} q^4$$

$$2q \cancel{(1+q^2)} = q^2 \cancel{(1+q^2)}$$

$$2q = q^2$$

$$q = 0 (\text{ Não convém }) \; ou \; \mathbf{q = 2}$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 18:

[A]

Trata-se de **uma PG com a_1=1 e razão q=1/2.** A soma
dos n primeiros termos é dada por

$$S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

Calculando a soma dos 7 primeiros termos

$$S_7 = \frac{1[\left(\frac{1}{2}\right)^7 - 1]}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1}{128} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{-127}{128}}{\frac{-1}{2}} = \mathbf{\frac{127}{64}}$$

Gabarito: **alternativa A**.

Resposta da questão 19:

[B]

O termo central de um PG ao quadrado é igual ao produto dos termos equidistantes. Então

$$(3x + 2)^2 = x.(10x + 12)$$

$$9x^2 + 12x + 4 = 10x^2 + 12x$$

$$\mathbf{x^2 = 4}$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 20:

[E]
A P.G. é (1, 10, 10^2, 10^3, ...)

O 15º termo é a_{15} = a1.q^{14} = 1. 10^{14}= 10^{14}

Logo o produto dos 15 primeiros termos (P_{15}) é:

P_{15} = 1.10.10^2.10^3. ... . 10^{14} **(lembre que multiplicação de bases iguais, repete-se a base e soma os expoentes)**

$P_{15} = 10^{1 + 2 + 3 + 4 + ... + 14}$

Como 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 14 ⇒ Soma de uma PA

Então: 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 14 = (1 + 14).14/2 = 105,

vem que $P_{15} = 10^{105}$

Resposta: **alternativa E**