FUTUROMILITAR.OFICIAL

eear.sonho

600 QUESTÕES RESOLVIDAS DE MATEMÁTICA

EEAR

APRESENTAÇÃO

Olá, amigos Futuros Militares, tudo bem ?

Vamos para uma aula que muitos concurseiro temem: Números Complexos

Se você prestar atenção aos detalhes verá que de complexo, esse assunto não tem nada, bom papiro!!

Professor Êurope Gorito

VIDEOAULAS SUGERIDAS

Nesse tópico **indicarei algumas videoaulas do assunto** para você assistir. São aulas do Youtube que eu considerei de excelente qualidade e de fácil compreensão.

Deixo claro que nenhum destes professores tem participação no nosso curso de 600 questões resolvidas. São apenas indicações minhas para você conseguir aprender bem a matéria.

Aulas de Números Complexos:

Professor Paulo Pereira

https://www.youtube.com/watch?v=i_tgfEv02ZQ

Me Salva!

https://www.youtube.com/watch?v=nprqf6DKeyI&list=PLf1lowbdbFICGQ1jB9QnM4faQ3Scmh8Q8

LOGARITMOS - QUESTÕES

1. (EEAR) A parte real das raízes complexas da equação $x^2 - 4x + 13 = 0$, é igual a

a)1

b)2

c)3

d)4

2. Sendo $i = \sqrt{-1}$ a unidade imaginária, o valor de $(2+i)^3$ é igual a:

a)$8 - i$

b)$4 - 2i$

c)$14 - 2i$

d)$6 + 3i$

e)$2 + 11\ i$

3. Dados os números complexos $z_1 = (2,\ -1)$ e $z_2 = (3,\ x)$, sabe-se que $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$. Então xé igual a

a)-6.

b)$-\frac{3}{2}$.

c)0.

d)$\frac{3}{2}$.

e)6.

4. (EEAR) Se i é a unidade imaginária, então $2i^3 + 3i^2 + 3i + 2$ é um número complexo que pode ser representado no plano de Argand-Gauss no _________

quadrante.

a)primeiro

b)segundo

c)terceiro

d)quarto

5. (EEAR 2021) O número complexo z = 2 + 3i é uma raiz do polinômio $p(x)=x^3-5x^2+17x-13$. Sendo assim, é correto afirmar que p(x) possui

a)outras 2 raízes não reais

b)apenas 1 raiz não real

c)2 raízes reais

d)1 raiz real

6.Seja o número complexo $z=-1-\sqrt{3}i$, onde i é a unidade imaginária. O valor de z^8 é:

a)$z=256\left(cos\frac{4\pi}{3}+isen\frac{4\pi}{3}\right)$

b)$z=256\left(cos\frac{\pi}{3}+isen\frac{\pi}{3}\right)$

c)$z=256\left(cos\frac{5\pi}{3}+isen\frac{5\pi}{3}\right)$

d)$z=256\left(cos\frac{2\pi}{3}+isen\frac{2\pi}{3}\right)$

e)$z=256(cos\,2\,\pi+isen2\pi)$

7.Sendo i a unidade imaginária tal que $i^2=-1$, são dados os números complexos $z_1=9+3i$ e $z_2=-2+i$. Ao calcular corretamente o produto $z_1\cdot z_2$, obtemos o número

a)$21-6i$.

b)$-18-6i$.

c) $-18+3i$.

d) $18-3i$.

e) $-21+3i$.

8. Considere o número complexo $z=\frac{1+ai}{a-i}$, onde a é um número real e i é a unidade imaginária, isto é, $i^2=-1$. O valor de z^{2016} é igual a

a) a^{2016}.

b) 1.

c) $1+2016i$.

d) i.

9. O número complexo $Z=1+i$ representado na forma trigonométrica é

a) $2^{\frac{1}{2}}(cos\ \ 45°+isen\ 45°)$.

b) $2(cos\ \ 90°+isen\ 90°)$.

c) $4(cos\ \ 60°+isen\ 60°)$.

d) $4(cos\ \ 60°-isen\ 60°)$.

e) $2(cos\ \ 90°-isen\ 90°)$.

10. Sejam x e y números reais tais que $x+yi=\sqrt{3+4i}$, onde i é a unidade imaginária. O valor de xy é igual a

a) -2.

b) -1.

c) 1.

d) 2.

11. O módulo do número complexo $z=i^{2014}-i^{1987}$ é igual a a)$\sqrt{2}$.

b)0.

c)$\sqrt{3}$.

d)1.

12.Seja $z = a + bi$ um número complexo, tal que $4z - zi + 5 = -1 + 10i$. Assim, o módulo do complexo z é

a)$\sqrt{2}$

b)$2\sqrt{2}$

c)$3\sqrt{2}$

d)$4\sqrt{2}$

13.Seja o número complexo $z = \frac{x+yi}{3+4i}$, com x e y reais e $i^2 = -1$.

Se $x^2 + y^2 = 20$, então o módulo de z é igual a:

a)0

b)$\sqrt{5}$

c)$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

d)4

e)10

14.O valor da potência $(1 - i)^{10}$ é:

a)$11i$.

b)$5i$.

c)$-32i$.

d)$-50i$.

e)$1 - 5i$.

15. Se y = 2x, sendo x= $\frac{1+i}{1-i}$ e i = $\sqrt{-1}$, o valor de $(x + y)^2$ é

a) 9i

b) – 9 + i

c) –9

d) 9

e) 9 – i

16. (Eear 2016) Sabe-se que os números complexos $Z_1 = [2\,m(\,3 + m)] + (3\,n + 5)i$ e $Z_2 = (2\,m^2 + 12) + [4(n + 1)]i$ são iguais. Então, os valores de m e n são, respectivamente

a) 3 e 1

b) 2 e 1

c) 2 e -1

d) 3 e -1

17. (EEAR 2021) Dado o complexo z=(cos45° + i . sen45°), determine $\frac{1}{z^{10}}$

a) i

b) -i

c) 1

d) -1

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[B]

Do enunciado, temos:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2}$$
$$x = \frac{4 \pm 6i}{2}$$
$$x = 2 \pm 3i$$

Logo, a parte real das raízes complexas é 2.

Resposta da questão 2:
[E]

Tem-se que

$$\begin{aligned}(2+i)^3 &= 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot i + 3 \cdot 2 \cdot i^2 + i^3 \\ &= 8 + 12i - 6 - i \\ &= 2 + 11i.\end{aligned}$$

Resposta da questão 3:
[D]

Calculando:

$$(2 - i) \cdot (3 + xi) = 6 + 2xi - 3i + x$$
$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Resposta da questão 4:
[B]

Sendo

$$\begin{aligned} 2i^3 + 3i^2 + 3i + 2 &= -2i - 3 + 3i + 2 \\ &= -1 + i \\ &= (-1, 1), \end{aligned}$$

podemos concluir que a imagem do complexo $2i^3 + 3i^2 + 3i + 2$ está situada no segundo quadrante.

Resposta da questão 5:
[D]

Pelo teorema das raízes complexas, podemos dizer que se 2 + 3i é raiz de p(x), **então 2 – 3i também é raiz** desse polinômio.

Se o polinômio é do 3° grau **, então necessariamente tem 3 raízes**. Como duas delas são complexas, **a outra raiz tem que ser real.**

OBS: O teorema das raízes complexas só é válido em polinômio de coeficientes reais.

Resposta: **Letra D**

Resposta da questão 6:
[D]

O módulo de z é $\rho = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$. Logo, se θ é o argumento de z, então $cos\,\theta = -\frac{1}{2}$ e $sen\,\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Em consequência, temos $\theta = \frac{4\pi}{3} rad$. Daí, a forma trigonométrica de z é

$$z = 2\left(cos\frac{4\pi}{3} + i\,sen\frac{4\pi}{3}\right).$$

Portanto, pela Primeira Fórmula de Moivre, segue que

$$\begin{aligned} z^8 &= 2^8\left(\cos\left(8\cdot\frac{4\pi}{3}\right) + i\,\text{sen}\left(8\cdot\frac{4\pi}{3}\right)\right) \\ &= 256\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\,\text{sen}\frac{2\pi}{3}\right). \end{aligned}$$

Resposta da questão 7:
[E]

$$(9+3i)\cdot(-2+i) = -18 + 9i - 6i + 3i^2 = -18 + 3i + 3\cdot(-1) = -21 + 3i$$

Resposta da questão 8:
[B]

Tem-se que

$$z = \frac{1+ai}{a-i} = \frac{1+ai}{a-i}\cdot\frac{a+i}{a+i} = \frac{a+i+a^2i-a}{a^2+1} = i.$$

Portanto, o valor de z^{2016} é $i^{2016} = i^0 = 1$.

Resposta da questão 9:
[A]

$$\rho = \sqrt{1^2 + 1^2} \rightarrow \rho = \sqrt{2}$$
$$\cos\theta = \frac{a}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta = 45°$$
$$sen\ \theta = \frac{b}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow sen\ \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta = 45°$$
$$Z = \sqrt{2} \cdot (\cos 45° + i \cdot sen\ 45°) = 2^{\frac{1}{2}} \cdot (\cos\ 45° + isen\ 45°)$$

Resposta da questão 10:
[D]

Elevando os dois membros da igualdade ao quadrado, vem

$$(x + yi)^2 = (\sqrt{3 + 4i})^2 \Leftrightarrow (x^2 - y^2) + 2xyi = 3 + 4i.$$

Portanto, temos $2xy = 4$ se, e somente se, $xy = 2$.

Resposta da questão 11:
[A]

Como $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$, vem

$$\begin{aligned} z &= i^{2014} - i^{1987} \\ &= i^{4 \cdot 503 + 2} - i^{4 \cdot 496 + 3} \\ &= (i^4)^{503} \cdot i^2 - (i^4)^{496} \cdot i^3 \\ &= -1 + i. \end{aligned}$$

Portanto,

$$|z| = |-1+i| = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{2}.$$

Resposta da questão 12:
[B]

Sendo $z = a + bi$, vem

$$\begin{aligned} 4z - zi + 5 &= 4(a+bi) - (a+bi)i + 5 \\ &= 4a + 4bi - ai + b + 5 \\ &= (4a+b+5) + (4b-a)i. \end{aligned}$$

Logo, deve-se ter

$$\begin{cases} 4a+b+5=-1 \\ 4b-a=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+b=-6 \\ a-4b=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases}.$$

Portanto,

$$|z| = \sqrt{(-2)^2+2^2} = 2\sqrt{2}.$$

Resposta da questão 13:
[C]

Sabendo que $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$, com $z_2 \neq 0$, obtemos $|z| = \frac{|x+yi|}{|3+4i|} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Resposta da questão 14:

[C]

Sabendo que

$$i^5 = i^4 \cdot i = (i^2)^2 \cdot i = (-1)^2 \cdot i = i,$$

vem

$$\begin{aligned}(1-i)^{10} &= [(1-i)^2]^5 \\ &= (1-2i+i^2)^5 \\ &= (-2i)^5 \\ &= (-2)^5 \cdot i^5 \\ &= -32i.\end{aligned}$$

Resposta da questão 15:
[C]

x = $\frac{1+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} = \frac{i^2+2i-i^2}{1^2-i^2}\frac{2i}{2} = i$ e y = 2i

$(x+y)^2 = (i + 2i)^2 = (3i)^2 = 9i^2 = -9$

Resposta da questão 16:
[B]

$$Z_1 = Z_2 \Rightarrow \begin{cases} 2m \cdot (3+m) = 2m^2 + 12 \Rightarrow 6m = 12 \Rightarrow m = 2 \\ 3n + 5 = 4 \cdot (n+1) \Rightarrow 3n + 5 = 4n + 4 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

Portanto, $m = 2$ e $n = 1$.

Resposta da questão 17:

[B]

Observe que z = cis 45°

Portanto **z^{10} = (cis 45°)^{10} => z^{10} = cis 450°**

z^{10} = cis 450° = cis 90° = cos 90° + i . sen 90°

z^{10} = i

Daí, concluímos que :

$$\frac{1}{z^{10}} = \frac{1}{i} = -\boldsymbol{i}$$

Resposta: **letra B**