MATRIZES

1) (Eear 2019) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, o produto $A \cdot B$ é a matriz

a) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

2) A matriz triangular de ordem 3, na qual $a_{ij} = 0$ para $i > j$ e $a_{ij} = 4i - 5j + 2$ para $i \leq j$ é representada pela matriz

a) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -9 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -9 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 8 & 13 \\ 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 8 & 4 & 0 \\ 13 & 9 & 5 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \\ -9 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

3) A matriz quadrada $M = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ representa uma mensagem codificada. A mensagem decodificada é a matriz quadrada $M^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$, tal que M^{-1} é a inversa da matriz M Sendo assim, o valor de $x + y + z + w$ é

a) -1

b) 0

c) 1

d) $\frac{1}{2}$

e) $-\frac{1}{2}$

4) Sejam a e b números reais tais que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ satisfaz a equação $A^2 = aA + bI$, em que I é a matriz identidade de ordem 2. Logo, o produto ab é igual a

a) $-2.$

b) $-1.$

c) $1.$

d) $2.$

5) Em uma matriz, chamam-se elementos internos aqueles que não pertencem à primeira nem à última linha ou coluna. O número de elementos internos em uma matriz com 5 linhas e 6 colunas é igual a

a) $12.$

b) $15.$

c) $16.$

d) $20.$

6) A matriz $A_{ij}(2 \times 3)$ tem elementos definidos pela expressão $a_{ij} = i^3 - j^2$. Portanto, a matriz A é

a) $\begin{pmatrix} 0 & -3 & -8 \\ 7 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

b) $\begin{pmatrix} 0 & 7 & 26 \\ -3 & 4 & 23 \end{pmatrix}$.

c) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 7 & 4 \\ 26 & 23 \end{pmatrix}$.

d) $\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -3 & 4 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}$.

e) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

7) Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e os inteiros x e y são tais que $A^2 + x \cdot A + y \cdot B = C$, então

a) $x = 0$

b) $x = 1$

c) $x = -2$

d) $x = -1$

e) $x = 2$

8) Se a matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & x+y+z & 3y-z+2 \\ 4 & 5 & -5 \\ y-2z+3 & z & 0 \end{bmatrix}$$

é simétrica, o valor de x é

a) 0

b) 1

c) 6

d) 3

e) –5

9) Sendo $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ uma matriz quadrada de ordem 2, a soma de todos os elementos da matriz $M = A \cdot A^t$ é dada por:

a) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

b) $(a + b + c + d)^2$

c) $(a + b)^2 + (c + d)^2$

d) $(a + d)^2 + (b + c)^2$

e) $(a + c)^2 + (b + d)^2$

10)(EEAR) Sejam as matrizes

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

A soma dos elementos de A.B é

a)0

b)1

c)2

d)3

11)(EEAR 2014) Seja a matriz

$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$.

A matriz $X = \frac{1}{2} . A$ tem como soma de seus elementos o valor

a)7

b)5

c)4

d)1

12. (Eear 2016) Se $\begin{pmatrix} 1 & a \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} b & -1 \\ x & 2k \end{pmatrix}$ são matrizes opostas, os valores de a, b, x e k são respectivamente

a) $1,\ -1,\ 1,\ 1$

b) $1,\ 1,\ -1,\ -1$

c) $1,\ -1,\ 1,\ -1$

d) $-1,\ -1,\ -2,\ -2$

13) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix}$, onde a e b são números reais. Se $A^2 = A$ e A é invertível, então

a) $a = 1$ e $b = 1$.

b) $a = 1$ e $b = 0$.

c) $a = 0$ e $b = 0$.

d) $a = 0$ e $b = 1$.

14) Considere a seguinte operação entre matrizes: $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot K = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$

A soma de todos os elementos da matriz K é:

a) 1.

b) 3.

c) 4.

d) 7.

15) Sejam as matrizes A_{3x2}, B_{2x3} e C_{3x3}. É verdade que:

a) A + B^t é uma matriz 2x3.

b) A . B é uma matriz 3x3.

c) A . B é uma matriz 2x2.

d) B . C é uma matriz 3x3.

e) C . A é uma matriz 3x3.

16) Sejam as matrizes $M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ e $P = M \cdot N + N \cdot M$. O menor elemento da matriz P é

a) – 7.

b) – 1.

c) – 5.

d) 2.

17) O valor $2A^2 + 4B^2$ quando $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ é igual a:

a) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

18)(EEAR 2019) Sejam as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 \\ -11 \end{pmatrix}.$$

Se X é uma matriz tal que A·X=B, então a soma dos elementos da matriz X é

a)-4

b)-2

c)2

d)4

19)(EEAR) Considere as matrizes reais

$$A = \begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ 2 & y+z \end{pmatrix} \; B = \begin{pmatrix} 9 & z \\ y & -x \end{pmatrix}$$

Se $A=B^t$, então y+z é igual a

a)3

b)2

c)1

d)-1

20) (EEAR) Seja a matriz $A=(a_{ij})2\times2$ tal que $a_{ij}=|i^2-j^2|$. A soma dos elementos de A é igual a

a)3

b)6

c)9

d)12

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[C]

Para calcular o **produto entre as matrizes** devemos fazer o produto termo a termo entre **cada linha da primeira matriz** e **cada coluna da segunda matriz**, somando o resultado dos produtos de cada termo.

Observe na prática:

$$A.B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 + 3.1 & 1.1 + 3.2 \\ 2.0 + 0.1 & 2.1 + 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{7} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} \end{bmatrix}$$

Resposta: Alternativa C

Resposta da questão 2:
[A]

Calculando-se termo por termo através da expressão: $\boldsymbol{a_{ij} = 4i - 5j + 2}$

Tem-se que

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\cdot1-5\cdot1+2 & 4\cdot1-5\cdot2+2 & 4\cdot1- \\ 0 & 4\cdot2-5\cdot2+2 & 4\cdot2- \\ 0 & 0 & 4\cdot3- \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & -4 & -9 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Resposta: **alternativa A**

Resposta da questão 3:
[E]

Calculando:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -x & -y \\ 2z & 2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} -x = 1 \Rightarrow x = -1 \\ -y = 0 \Rightarrow y = 0 \\ 2z = 0 \Rightarrow z = 0 \\ 2w = 1 \Rightarrow w = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$x + y + z + w = -1 + 0 + 0 + \tfrac{1}{2} = -\tfrac{1}{2}$$

Resposta: **alternativa E**

Resposta da questão 4:
[A]

Tem-se que

$$A^2 = aA + bI \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= a\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & 2a \\ 0 & a+b \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ 2a=4 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}.$$

Por conseguinte, vem $a \cdot b = 2 \cdot (-1) = -2.$

Resposta: **alternativa A**

Resposta da questão 5:
[A]

O resultado pedido é igual a $(5-2) \cdot (6-2) = 12.$

Resposta: **alternativa A**

Resposta da questão 6:
[A]

$$a_{ij} = i^3 - j^2$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} =$$
$$\begin{bmatrix} (1^3-1^2) & (1^3-2^2) & (1^3-3^2) \\ (2^3-1^2) & (2^3-2^2) & (2^3-3^2) \end{bmatrix} =$$
$$\begin{bmatrix} 0 & -3 & -8 \\ 7 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

Resposta: **alternativa A**

Resposta da questão 7:
[C]

Tem-se que

$$A^2 + x \cdot A + y \cdot B = C$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & x & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} y & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Portanto, só pode ser $x = -2$.

Resposta: **alternativa C**

Resposta da questão 8:
[C]

A matriz dada **é simétrica** se tivermos

$$\begin{cases} x+y+z=4 \\ 3y-z+2=y-2z+3 \\ z=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=4 \\ 2y=-z+1 \\ z=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=6 \\ y=3 \\ z=-5 \end{cases}.$$

Resposta: **alternativa C**

Resposta da questão 9:
[E]

Como $A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, segue que

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2+b^2 & ac+bd \\ ac+bd & c^2+d^2 \end{bmatrix}.$$

Portanto, a soma pedida é

$$a^2+b^2+2ac+2bd+c^2+d^2 = a^2+2ac+c^2+b^2+2bd+d^2$$
$$= (a+c)^2+(b+d)^2.$$

Resposta: **alternativa E**

Resposta da questão 10:
[B]

Pessoal, quando vamos multiplicar duas matrizes, precisamos multiplicar os elementos das linhas da primeira matriz com os elementos da coluna da segunda matriz.

Portanto:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} -1+1 & 2+0 \\ 0-1 & 0+0 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Somando os elementos dessa matriz: 0 + 2 – 1 + 0 = 1

Resposta: **alternativa B**

Resposta da questão 11:
[D]

Amigos, quando uma matriz é multiplicada por um número real, **todos os seus elementos ficam multiplicados por esse número.**

Portanto, a matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Terá todos seus elementos multiplicados por meio

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Somando os elementos de X, vem : 2 + 1 – 3 + 1 = 1

Resposta: **alternativa D**

Resposta da questão 12:
[C]

Considerando que matrizes opostas possuem elementos correspondentes opostos **(com o sinal trocado)** , temos:

$$\begin{aligned} & a = -(-1) \Rightarrow a = 1 \\ & b = -1 \\ & x = -(-1) \Rightarrow x = 1 \\ & 2k = -2 \Rightarrow k = -1 \end{aligned}$$

Portanto, a alternativa correta é $1,\ -1,\ 1,\ -1.$

Resposta: **alternativa C**

Resposta da questão 13:
[B]

Sabendo que $A \cdot I_2 = A$ e $A \cdot A^{-1} = I_2,$ com I_2 sendo a matriz identidade de segunda ordem, temos

$$\begin{aligned} A^2 = A & \Leftrightarrow A \cdot A = A \\ & \Leftrightarrow A \cdot A \cdot A^{-1} = A \cdot A^{-1} \\ & \Leftrightarrow A \cdot I_2 = I_2 \\ & \Leftrightarrow A = I_2. \end{aligned}$$

Daí concluímos que $a = 1$ e $b = 0.$

Resposta: **alternativa B**

Resposta da questão 14:
[A]

Para que a multiplicação seja possível, **a matriz K deve ser uma matriz de duas linhas e uma coluna**, portanto:

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} 6x + 2y = -6 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -18x - 6y = 18 \\ 8x + 6y = 2 \end{cases}$$
$$-10x = 20 \rightarrow x = -2$$
$$6 \cdot (-2) + 2y = -6 \rightarrow 2y = 6 \rightarrow y = 3$$

A soma A soma de todos os

elementos da matriz K será:

$$\left.\begin{array}{l} x = -2 \\ y = 3 \end{array}\right\} -2+3=1$$

Resposta: **alternativa A**

Resposta da questão 15:
[B]

[A] **Falsa**, pois A + B^T é uma matriz 3x2.

[B] **Verdadeira**, pois A.B é 3x3, pois a matriz produto A.B tem número de linhas de A e número de colunas de B.

[C] **Falsa**, pois A.B é uma matriz 3x3.

[D] **Falsa**, pois B.C é uma matriz 2x3.

[E] **Falsa**, pois C.A é uma matriz 3x2.

Resposta: **alternativa B**

Resposta da questão 16:
[A]

A matriz P é tal que

$$\begin{aligned} P &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 8+3 & 0+15 \\ -4+0 & 0+0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8+0 & 12+0 \\ 2-5 & 3+0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 15 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 12 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 19 & 27 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Portanto, o menor elemento da matriz P é -7.

Resposta: **alternativa A**

Resposta da questão 17:
[B]

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 + 4B^2 = 2 \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} + 4 \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Resposta: **alternativa B**

Resposta da questão 18:

[A]

Pessoal, o enunciado nos diz que A . X = B

Com relação a **dimensão da matriz X**, ela deverá ter o número de linhas que ela tem deve ser o mesmo número de colunas de A **(ou seja, 2)** , e o número de colunas será o mesmo número que B **(ou seja, 1)**.

No **produto de matrizes**,
as **dimensões das matrizes**
deve segue a seguinte regra:

$$A_{n\,x\,m} \cdot X_{m\,x\,p} = B_{n\,x\,p}$$

Podemos escrever:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -11 \end{pmatrix}$$

Fazendo o produto

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ 2x + 5y = -11 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema encontramos:
x = -3 e y = - 1

Somando os elementos: - 3 – 1 = -4
Resposta: Alternativa A

Resposta da questão 19:

[A]

Primeiramente, lembre-se que a matriz transposta de B **(ou seja, B^t)** é

$$B^t = \begin{pmatrix} 9 & y \\ z & -x \end{pmatrix}$$

Como **o enunciado diz que A = B^t** , podemos igualar

$$\begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ 2 & y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & y \\ z & -x \end{pmatrix}$$

Fazendo a igualdade dos elementos correspondentes:

$$\begin{cases} x^2 = 9 \\ 1 = y \\ 2 = z \\ y + z = -x \end{cases}$$

O enunciado pede y + z , ou seja, 1 + 2 = **3**

Gabarito: **alternativa A**.

Resposta da questão 20:

[B]

Pessoal, **devemos calcular os 4 elementos dessa matriz** e depois somá-los.

Vamos **calcular os elementos a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22}**

Em a_{11} , temos i = 1 e j =1 , portanto $a_{11} = |1^2 - 1^2| = 0$

Em a_{12} , temos i = 1 e j =2 , portanto $a_{12} = |1^2 - 2^2| = 3$

Em a_{21} , temos i = 2 e j =1 , portanto $a_{21} = |2^2 - 1^2| = 3$

Em a_{22} , temos i = 2 e j =2 , portanto
$a_{22} = |2^2 - 2^2| = 0$

DETERMINANTES

1)(EEAR 2018) Considere a matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & x-1 \\ 2x & 4x-1 \end{bmatrix}.$$

Os termos x−1, 2x, 4x−1, são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão aritmética. Dessa forma, det(A) é igual a

a)1

b)2

c)3

d)4

2)(EEAR 2018) Se

$$A = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

e detA = $4\sqrt{3}$, então x^2y^2 é igual a

a)24

b)12

c)6

d)3

3) (EEAR 2015) Se

$$\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix} = 16\sqrt{3},$$

Então $(xyz)^2$ é igual a:

a)8

b)12

c)24

d)36

4) (EEAR 2016) Para que o determinante da matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

seja 3, o valor de b deve ser igual a

a)2

b)0

c)-1

d)-2

5) (EEAR 2015) O valor do determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

É

a)-2

b)0

c)1

d)2

6)(EEAR 2013) O número real x, tal que

$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = 5$, é

a)-2

b)-1

c)0

d)1

7)(EEAR 2011)Sejam as matrizes

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$.

O valor de (det A) : (det B) é

a)4

b)3

c)-1

d)-2

8) Sabendo que a e b são números reais, considere a matriz quadrada de ordem 3,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 2 & b & 2 \end{pmatrix}.$$

Se a soma dos elementos em cada linha da matriz A tem sempre o mesmo valor, então o determinante de A é igual a

a) 0.

b) 2.

c) 5.

d) 10.

9) (Espcex 2018) Uma matriz quadrada A, de ordem 3, é definida por $a_{ij} = \begin{cases} i-j, & se\ i > j \\ (-1)^{i+j}, & se\ i \leq j \end{cases}$.

Então $det(A^{-1})$ é igual a

a) 4.

b) 1.

c) 0.

d) $\frac{1}{4}$.

e) $\frac{1}{2}$.

10) Observe a matriz:

$$\begin{bmatrix} 3+t & -4 \\ 3 & t-4 \end{bmatrix}$$

Para que o determinante dessa matriz seja nulo, o maior valor real de t deve ser igual a:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

11) (Eear 2016) Para que o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ seja 3, o valor de $b$deve ser igual a

a) 2

b) 0

c) -1

d) -2

12) O valor do determinante abaixo:

$\begin{vmatrix} cos \quad x & -sen \ x \\ sen \ x & cos \quad x \end{vmatrix}$ é:

a) 1.

b) $cos \quad 2x$.

c) $sen \ 2x$.

d) $tg \ 2x$.

e) $cos^2 x - sen^2 x$.

13)Sobre a equação $det\, M = -1$, na qual M é a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x & 1 & x \end{bmatrix}$ e $det\, M$ é o determinante da matriz M, pode-se afirmar corretamente que a equação

a) não possui raízes reais.

b) possui três raízes reais e distintas.

c) possui três raízes reais, das quais duas são iguais e uma é diferente.

d) possui três raízes reais e iguais.

14) O determinante da matriz $\begin{bmatrix} sen(x) & 0 & 1 \\ 1 & sec(x) & 0 \\ 0 & 0 & cot\, g\,(x) \end{bmatrix}$ é

a) 0

b) 1

c) $se\,n\,(x)$

d) $cos(x)$

e) $tg(x)$

15) Considere a seguinte matriz $A = (a_{ij})_{3X3}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & log_2 8 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & log_2 4 & 1 \end{pmatrix}$$

O determinante dessa matriz é

a) 8.

b) 9.

c) 15.

d) 24.

16) Considerando que A é uma matriz quadrada de ordem 3 e inversível, se $det(3A) = det(A^2)$, então $det(A)$ é igual a:

a) 9

b) 0

c) 3

d) 6

e) 27

17) Se a matriz com $det(A) = 1$ e $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{pmatrix}$, o valor de m é

a) -1

b) 1

c) 0

d) 2

e) -2

18) Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. O determinante da matriz $(AB)^{-1}$é:

a) $-\frac{1}{10}$.

b) $\frac{21}{10}$.

c) $\frac{13}{10}$.

d) $-\frac{13}{10}$.

e) nda.

19) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 1 & \text{x} \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$a diferença entre os valores de x, tais que $det(A \cdot B) = 3x$, pode ser igual a:

a) 3

b) -2

c) 5

d) -4

e) 1

20) Dadas as matrizes A = $(a_{ij})_{3x3}$ tal que $\begin{cases} a_{ij} = 10, se \ i = j \\ a_{ij} = 0, se \ i \neq j \end{cases}$ e B = $(b_{ij})_{3x3}$ tal que $\begin{cases} b_{ij} = 3, se \ i = j \\ b_{ij} = 0, se \ i \neq j' \end{cases}$

o valor de det(AB) é

a) 27×10^3

b) 9×10^3

c) 27×10^2

d) $3^2 \times 10^2$

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[C]
Se os termos x−1, 2x, 4x−1 estão em **progressão aritmética**,a diferença entre o segundo e o primeiro será igual à diferença entre o terceiro e o segundo:

$$2x-(x-1)=(4x-1)-2x$$

$$2x-x+1=2x-1$$

$$x=1+1=2$$

Os termos x−1, 2x, 4x−1, portanto, valem **1**, **4** e **7**, respectivamente. A matriz fica:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

O determinante de uma matriz quadrada de ordem 2 é obtido **multiplicando-se os elementos da diagonal principal e subtraindo-se o produto dos elementos da diagonal secundária:**

$$\det(A)=1\times7-4\times1$$

$$\det(A)=7-4=3$$

Gabarito: **alternativa C**.

Resposta da questão 2:
[D]
Calculamos o determinante da matriz pela **regra de Sarrus**: replicamos as duas primeiras colunas, somamos o produto dos elementos da diagonal principal e de suas paralelas e subtraímos o produto dos elementos da diagonal secundária e das paralelas desta:

$$\left|\begin{matrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 0 & x \\ x & 0 \\ y & 2 \end{matrix} = 4\sqrt{3}$$

$$0\cdot0\cdot0+x\cdot2\cdot y+y\cdot x\cdot2 \;\; -y\cdot0\cdot y-2\cdot2\cdot0-0\cdot x\cdot x=4\sqrt{3}$$

$$2xy+2xy=4\sqrt{3}$$

$$4xy=4\sqrt{3}$$

$$xy=\sqrt{3}$$

Elevando a equação ao quadrado, encontramos o que pede a questão:

$$(xy)^2=(\sqrt{3})^2$$

$$x^2y^2=3$$

Gabarito: **alternativa D**.

Resposta da questão 3:

[B]

O determinante de uma matriz quadrada de ordem 3 pode ser calculado pela **regra de Sarrus**. Replicamos as duas primeiras colunas ao fim da matriz, somamos o produto entre os elementos da diagonal principal e de suas paralelas e subtraímos o produto dos elementos da diagonal secundária e das paralelas desta:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 2x & y & 0 & 2x & y \\ z & 0 & 2y & z & 0 \\ 0 & 2z & 0 & 0 & 2z \end{array}\right. = 16\sqrt{3}$$

A única diagonal em que não consta o número zero é destacada abaixo:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 2x & y & 0 & \cancel{2x} & y \\ z & 0 & \cancel{2y} & z & 0 \\ 0 & \cancel{2z} & 0 & 0 & 2z \end{array}\right. = 16\sqrt{3}$$

Portanto,

$$-(2x \times 2y \times 2z) = 16\sqrt{3}$$

$$-8xyz = 16\sqrt{3}$$

$$xyz = \frac{16\sqrt{3}}{-8}$$

$$xyz = -2\sqrt{3}$$

Portanto, $(xyz)^2$ vale:

$$\mathbf{(-2\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12}$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 4:

[B]

Faremos o cálculo do determinante pela **regra de Sarrus**: replicamos as duas primeiras colunas da matriz, somamos o produto dos termos da diagonal principal e de suas paralelas e subtraímos o produto dos termos da diagonal secundária e das paralelas desta:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right. = 3$$

$$1 \cdot 0 \cdot 1 + (-1) \cdot b \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 2$$
$$-1 \cdot 0 \cdot 1 - 2 \cdot b \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot (-1) = 3$$

$$-b + 2 - 2b + 1 = 3$$

$$-3b + \cancel{3} = \cancel{3}$$

$$-3b = 0$$

$$b = 0$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 5:

[B]

Quando duas linhas ou duas colunas são proporcionais entre si, o determinante é nulo.

É esse o caso em questão.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Veja que a primeira linha é múltipla da segunda linha, **pois basta**

multiplicar as entradas de uma linha por uma constante k (k = -1) para obter as entradas da outra linha.

No caso, ao multiplicar as entradas da primeira linha por -1, obtemos as entradas da segunda linha.

Portanto, **há linhas proporcionais, o que implica em o determinante ser nulo**.

Gabarito: Letra B.

Resposta da questão 6:

[B]
Pessoal, para resolvermos essa equação, temos que calcular o **determinante** do lado esquerdo da igualdade...

Oras, o determinante de uma matriz de ordem 2 é o **produto** dos elementos da **diagonal principal** menos o **produto** dos elementos da **diagonal secundária**... Então,

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = (x-1).\,x - (-3).\,(x+2)$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = x^2 - x + 3.(x+2)$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = x^2 - x + 3x + 6$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = x^2 + 2x + 6$$

Agora, sabendo que

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = 5,$$

substituindo, teremos:

$$x^2 + 2x + 6 = 5$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

Resolvendo a equação do 2° grau, encontramos x = -1

Gabarito: **alternativa B.**

Resposta da questão 7:

[D]

Pessoal, a matriz **A** é uma **matriz quadrada** de ordem **3**...

Então, aplicando a Regra de Sarrus,
o valor do seu determinante é:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 2.5.1 + 0.2.3 + 3.1.1 - (3.5.3 + 1.2.2$$

$$\det A = 10 + 0 + 3 - (45 + 4 + 0)$$

$$\det A = 13 - 49$$

$$\det A = -36$$

Já a matriz **B** é uma **matriz quadrada** de ordem **2**...
O valor do seu determinante é o produto dos elementos da diagonal principal **menos** o produto dos elementos da diagonal secundária...
Então,

$$\det B = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\det B = 2.9 - 3.0$$

$$\det B = 18 - 0$$

$$\det B = 18$$

Pronto!!... O valor de (detA)÷(detB)

−36÷18

=−2

Resposta: **letra D**

Resposta da questão 8:
[D]

Desde que $2 + a = a + b + 1 = b + 4$, temos $a = 3$ e $b = 1$. Logo, vem

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\overset{\text{Chió}}{=} \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 10.$$

Resposta da questão 9:
[D]

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$
$$a_{11} = (-1)^{1+1} = 1$$
$$a_{12} = (-1)^{1+2} = -1$$
$$a_{13} = (-1)^{1+3} = 1$$
$$a_{21} = 2 - 1 = 1$$
$$a_{22} = (-1)^{2+2} = 1$$
$$a_{23} = (-1)^{2+3} = -1$$
$$a_{31} = 3 - 1 = 2$$
$$a_{32} = 3 - 2 = 1$$
$$a_{33} = (-1)^{3+3} = 1$$

Então,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$det\,A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$
$$det(A^{-1}) = \frac{1}{det\,A} = \frac{1}{4}$$

Resposta da questão 10:
[A]

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} 3+t & -4 \\ 3 & t-4 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (t+3)(t-4)+12=0 \Leftrightarrow t(t-1)=0 \Leftrightarrow t=0 \text{ ou } t=1.$$

Portanto, como $1 > 0$, segue que a resposta é 1.

Resposta da questão 11:
[B]

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix}$$

Calculando o determinante pela regra de Sarrus, temos:

$$0 - b + 2 - 0 - 2b + 1 = 3 \Rightarrow -3b + 3 = 3 \Rightarrow -2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

Resposta da questão 12:
[A]

$$\begin{vmatrix} cos\ \ x & -sen\ x \\ sen\ x & cos\ \ x \end{vmatrix} = cos^2\ \ x + sen^2\ x = 1$$

Resposta da questão 13:
[C]

Tem-se que

$$det\,M = -1 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x & 1 & x \end{vmatrix} = -1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2x - x^3 - 1 - 4x = -1 \Leftrightarrow x^2(x-1) = 0.$$

Logo, a equação possui três raízes reais, das quais duas são iguais a $x = 0$ e a outra é $x = 1$.

Resposta da questão 14:
[B]

$$\begin{vmatrix} sen(x) & 0 & 1 \\ 1 & sec(x) & 0 \\ 0 & 0 & cot\,g\,(x) \end{vmatrix} = sen(x) \cdot sec(x) \cdot cot\,g\,(x) = sen(x) \cdot \frac{1}{cos(x)} \cdot \frac{cos(x)}{sen(x)} = 1$$

Resposta da questão 15:
[C]

Reescrevendo a matriz A, tem-se:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & log_2 8 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & log_2 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

O determinante da mesma será:

$$det\,A = -4 + 12 + 6 + 18 - 16 - 1$$
$$det\,A = 15$$

Resposta da questão 16:
[E]

Pelo Teorema de Binet, sabemos que $det(A \cdot B) = det(A) \cdot det(B)$, com A e B sendo matrizes invertíveis. Além disso, temos $det(kA) = k^n \cdot det(A)$, em que k é um número real e n é a ordem da matriz invertível A. Portanto, segue que

$$\Leftrightarrow det(A) \cdot (det(A) - 27) = 0 \Rightarrow det(A) = 27.$$

Resposta da questão 17:
[B]

Temos

$$det\,A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - m \cdot (-1) = m.$$

Logo, pelo Teorema de Binet, segue que

$$det\,A \cdot det\,A^{-1} = 1 \Leftrightarrow 1 \cdot m = 1 \Leftrightarrow m = 1.$$

Resposta da questão 18:
[E]

Como $A = B$, segue que

$$det(AB)^{-1} = det(A^2)^{-1} = \frac{1}{det(A^2)} = \frac{1}{(det\,A)^2}.$$

Portanto,

$$det\,A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - (-1) \cdot 2 = 2 \Rightarrow det(AB)^{-1} = \frac{1}{4}.$$

Resposta da questão 19:
[C]

De acordo com o Teorema Binet, segue que

$$\begin{aligned} det(A \cdot B) = 3x &\Leftrightarrow det\,A \cdot det\,B = 3x \\ &\Leftrightarrow (x-2)\cdot(x+2) = 3x \\ &\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 4. \end{aligned}$$

Portanto, a diferença entre os valores de x, tais que $det(A \cdot B) = 3x$, pode ser igual a $4 - (-1) = 5$.

Resposta da questão 20:
[A]

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow det(A) = 10^3$$
$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow det(B) = 3^3$$

det(A.B) = det(A).det(B) = $10^3.3^3$= 27.10^3

Portanto, **a soma dos elementos é:**
0 + 3 + 0 + 3 = 6

Gabarito: **alternativa B**.

REVISÃO

1)Dada a P.A (122, 119, 116 ...) . Qual a posição do primeiro termo negativo dessa sequência ?

a)43 b)40 c)45 d)44

2)Em uma P.A crescente o 4° termo vale 26 e o 8° termo vale 90. Calcule o 5° termo:

a)41 b)42 c)45 d)48

3) Sabendo que uma PG tem $a_1 = 4$ e razão q = 2, determine a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão.

a)2048 b)4092 c)6004 d)2000

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[A]

Utilizando a fórmula do termo geral, temos

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

$$a_n = 122 + (n-1).(-3)$$

Como o enunciado diz que a_n precisa ser negativo, $a_n < 0$

$$122 + (n-1).(-3) < 0$$

$$122 - 3n + 3 < 0$$

$$126 < 3n$$

$$42 < n$$

Como n deve ser maior que 42, temos n = 43

Resposta da questão 2:

[B]

$$a_m = a_p + (m-p).r$$

$$90 = 26 + (8-4).r$$

$$64 = 4r$$

$$r = 16$$

Se o 4° termo vale 26, o 5° termo valerá 26 + 16 = 42

Resposta da questão 3:

[B]

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{(q - 1)} = \frac{4(2^{10} - 1)}{(2 - 1)} = \frac{4.1023}{1}$$

$$S_n = 4092$$