FUTUROMILITAR.OFICIAL

600 QUESTÕES RESOLVIDAS DE MATEMÁTICA

EEAR

APRESENTAÇÃO

Olá, amigos Futuros Militares, tudo bem ?

Nosso aula de hoje será sobre Função Modular e Equação Modular. Preste bastante atenção nos detalhes e vamos lá!

"Não sabendo que era impossível, foi lá e fez"

Jean Cocteau

1. Considerando a função $f(x) = |x^2 - 1|$ e os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} |\ x < 0\}$ e $B = [-1,\ 2]$, é **correto** afirmar que:

a) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$

b) $f(A - B) = f(A) - f(B)$

c) $f(B - A) \subset f(B) - f(A)$

d) $f(B^C) = (f(B))^C$

e) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

2. (EEAR) Seja $f(x) = |x - 3|$ uma função. A soma dos valores de x para os quais a função assume o valor 2 é

a) 3

b) 4

c) 6

d) 7

3. Seja $f(x)$ uma função real. O gráfico gerado pelo módulo dessa função, $|f(x)|$,

a) nunca passará pela origem.

b) nunca passará pelo 3º ou 4º quadrante.

c) intercepta o eixo x somente se $f(x)$ for do primeiro grau.

d) intercepta o eixo y somente se $f(x)$ for do segundo grau.

4. O produto das raízes da equação $|3x + 5| + |x - 1| = 2$ é

a) $-\frac{3}{2}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $-\frac{25}{9}$

d) $\frac{25}{9}$

e) -1

5. Para certos valores reais de k, o polinômio $P(x) = x^2 - 6x + |2\,k - 7|$ é divisível por $x - 1$. A soma de todos esses valores é igual

a) 8.

b) 7.

c) 5.

d) -1.

e) -5.

6. Se as raízes da equação $x^2 - 5|x| - 6 = 0$ são também raízes de $x^2 - ax - b = 0$, então, os valores dos números reais a e b são respectivamente

a) -1 e 6.

b) 5 e 6.

c) 0 e 36.

d) 5 e 36.

7. Considerando-se a equação $x^2 - 5x + 6 = |x - 3|$, tem-se que a soma de suas raízes é

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

8. Os gráficos de $f(x) = 2|\,x^2 - 4|$ e $g(x) = (x - 2)^2$ se interceptam em

a) apenas um ponto.

b) dois pontos.

c) três pontos.

d) quatro pontos.

e) nenhum ponto.

9. O domínio da função real $f(x) = \sqrt{1 - |x|}$ é o intervalo

a) $\{x \in \mathbb{R} | x < -1 \text{ ou } x > 1\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 1\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 1\}$

10. O número de soluções da equação $\frac{1}{2}|x| \cdot |x - 3| = 2 \cdot \left|x - \frac{3}{2}\right|$, no conjunto $\mathbb{R}$, é

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

11. A soma das raízes distintas da equação $x^2 - 5x + 6 = |x - 3|$ é:

a) 10

b) 7

c) 0

d) 3

e) 4

12. A soma das raízes da equação modular $|x + 1|^2 - 5|x + 1| + 4 = 0$ é

a) – 7.

b) – 4.

c) 3.

d) 5.

13. A soma das raízes que a equação modular $\left||x-2|-7\right|=6$ é

a) 15

b) 30

c) 4

d) 2

e) 8

14. No conjunto dos números reais, o conjunto solução da equação $\sqrt[4]{(2x+1)^4}=3x+2$

a) é vazio.

b) é unitario.

c) possui dois elementos.

d) possui três elementos.

e) possui quatro elementos.

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[E]

$$f(x) = |x^2 - 1|$$

Calculando as raízes de $x^2 - 1 = 0$

$$x^2 - 1 = 0$$
$$(x + 1) \cdot (x - 1) = 0$$
$$x = 1 \quad ou \quad x = -1$$

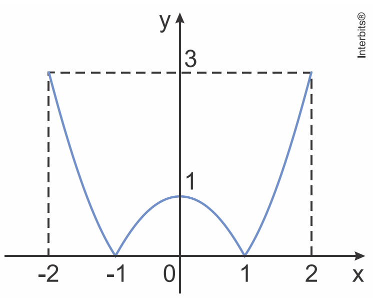
Daí, temos

	$x < -1$	-1	$-1 \leq x < -1$	1	$x \geq 1$
$\lvert x^2 - 1 \rvert$	$x^2 - 1$		$-x^2 + 1$		$x^2 - 1$

Logo,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 \ se \ x < -1 \ ou \ x \geq 1 \\ -x^2 + 1 \ se \ -1 \leq x < 1 \end{cases}$$

Observemos o gráfico de $f(x)$



Note que se $x < 0$, $f(x) \geq 0$, ou seja, $f(A) \geq 0$ e se $-1 \leq x \leq 2$, $0 \leq f(x) \leq 3$, ou seja, $0 \leq f(B) \leq 3$.

Note que se $x \leq 0$, $f(x) \geq 0$, ou seja, $f(A) \geq 0$ e se $-1 \leq x \leq 2$, $0 \leq f(x) \leq 3$, ou seja, $0 \leq f(B) \leq 3$.

Logo, $f(A) \cup f(B) \geq 0$.

$$A \cup B =]-\infty;\ 2]$$

Se $x \in (A \cup B)$, $f(x) \geq 0$, ou seja, $f(A \cup B) \geq 0$.

Portanto,

$f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.

Resposta da questão 2:
[C]

Queremos calcular x de modo que se tenha $f(x) = 2$. Desse modo, vem

$$|x-3| = 2 \Leftrightarrow x - 3 = \pm 2$$
$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = 5.$$

O resultado é, portanto, $1 + 5 = 6$.

Resposta da questão 3:
[B]

A alternativa [B] é a correta, pois a função $|f(x)|$ não assumirá valores negativos e, no terceiro e quarto quadrantes, os valores assumidos por qualquer função serão sempre negativos.

Resposta da questão 4:
ANULADA

Questão anulada no gabarito oficial.

De $|3x+5|+|x-1|$,

	$-\frac{5}{3}$	1	
$\lvert 3x + 5\rvert$	-3x - 5	3x + 5	3x + 5
$\lvert x - 1\rvert$	-x + 1	-x + 1	x - 1
$\lvert 3x + 5\rvert + \lvert x - 1\rvert$	4x - 4	2x + 6	4x + 4

Assim, de $|3x+5|+|x-1|=2$, $-4x-4=2$, com $x \leq -\frac{5}{3}$ ou $2x+6=2$, com $-\frac{5}{3} \leq x \leq 1$ e $4x+4=2$, com $x \geq 1$.

De $-4x-4=2$, com $x \leq -\frac{5}{3}$, $x=-\frac{3}{2} > -\frac{5}{3}$, ou seja, $x=-\frac{3}{2}$ não é raiz da equação.

De $2x+6=2$, com $-\frac{5}{3} \leq x \leq 1$, $x=-2 < -\frac{5}{3}$, ou seja, $x=-2$ não é raiz da equação.

De $4x+4=2$, com $x \geq 1$, $x=-1<1$, ou seja, $x=-1$ não é raiz da equação.

Assim, a equação $|3x+5|+|x-1|=2$ não admite raízes, o que faz com que a questão não apresente resposta correta.

Resposta da questão 5:
[B]

Se P é divisível por $x-1$, então

$$\begin{aligned} P(1)=0 &\Leftrightarrow 1^2-6\cdot 1+|2k-7|=0 \\ &\Leftrightarrow |2k-7|=5 \\ &\Leftrightarrow 2k-7=\pm 5 \\ &\Leftrightarrow k=1 \text{ ou } k=6. \end{aligned}$$

A resposta é $1+6=7$.

Resposta da questão 6:
[C]

Sabendo que $|x|^2 = x^2$, para todo x real, temos

$$\begin{aligned} x^2 - 5|x| - 6 = 0 &\Leftrightarrow |x|^2 - 5|x| - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow (|x| - 6)(|x| + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = \pm 6. \end{aligned}$$

Em consequência, das Relações de Girard, vem $a = 0$ e $b = 36$.

Resposta da questão 7:
[E]

Se $x \geq 3$, temos a seguinte equação:

$$\begin{aligned} &x^2 - 5x + 6 = x - 3 \\ &x^2 - 6x + 9 = 0 \\ &x = \frac{6 \pm 0}{2} \\ &x = 3 \quad (dupla) \end{aligned}$$

Se $x < 3$, temos a seguinte equação:

$$\begin{aligned} &x^2 - 5x + 6 = -x + 3 \\ &x^2 - 4x + 3 = 0 \\ &x = \frac{4 \pm 2}{2} \\ &x = 3 \quad (não\ convém) \\ &x = 1 \end{aligned}$$

Portanto, a soma de suas raízes será $1 + 3 = 4$.

Resposta da questão 8:
[C]

Para determinarmos os pontos de intersecção dos gráficos das funções devemos resolver um sistema com as suas equações.

$$\begin{cases} f(x) = 2|x^2 - 4| \\ g(x) == (x-2)^2 \end{cases} \Rightarrow 2|x^2 - 4| = (x-2)^2$$

Logo,

$$2(x^2 - 4) = (x-2)^2 \Rightarrow 2x^2 - 8 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \;\; ou \;\; x = -6$$

ou

$$2(x^2 - 4) = -(x-2)^2 \Rightarrow 2x^2 - 8 = -x^2 + 4x - 4 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \;\; ou \;\; x = -\frac{2}{3}$$

Como temos 3 valores distintos para x, os gráficos se interceptam em três pontos distintos.

Resposta da questão 9:
[D]

$$1 - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

Portanto, o domínio da função será dado por: $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 1\}$.

Resposta da questão 10:
[D]

$$\frac{1}{2}|x| \cdot |x - 3| = 2 \cdot \left|x - \frac{3}{2}\right| \Rightarrow \frac{|x^2 - 3 \cdot x|}{2} = \frac{|2(2x - 3)|}{2} \Rightarrow x^2 - 3x = 4x - 6 \;\; ou \;\; x^2 - 3x = -2x + 6 \Rightarrow$$
$$x^2 - 7x + 6 = 0 \;\; ou \;\; x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1 \;\; ou \;\; x = 6 \;\; ou \;\; x = -3 \;\; ou \;\; x = 2$$

Portanto, a equação possui quatro raízes.

Resposta da questão 11:
[E]

Fatorando, obtemos

$$x^2 - 5x + 6 = |x - 3| \Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x - 3) = |x - 3|.$$

Se $x \geq 3$, então $|x - 3| = x - 3$. Assim,

$$(x - 2) \cdot (x - 3) = x - 3 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Se $x < 3$, então $|x - 3| = -(x - 3)$. Daí,

$$(x - 2) \cdot (x - 3) = -(x - 3) \Leftrightarrow (x - 3) \cdot (x - 1) \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = 3.$$

Mas $x = 3$ não convém, pois $x < 3$.

Por conseguinte, a soma das raízes distintas da equação é $1 + 3 = 4$.

Resposta da questão 12:
[B]

Resolvendo a equação na incógnita $|x + 1|$ temos:

$$|x + 1| = \frac{5 \pm 3}{2} \Rightarrow |x + 1| = 4 \; ou \; |x + 1| = 1 \Rightarrow x = 3 \quad ou \quad x = -5 \quad ou \quad x = 0 \quad ou \quad x = -2$$

Calculando a soma das raízes, temos:

$3 + (-5) + 0 + (-2) = -4$

Resposta da questão 13:
[E]

Temos

$$||x-2|-7| = 6 \Leftrightarrow |x-2|-7 = \pm 6.$$

Logo,

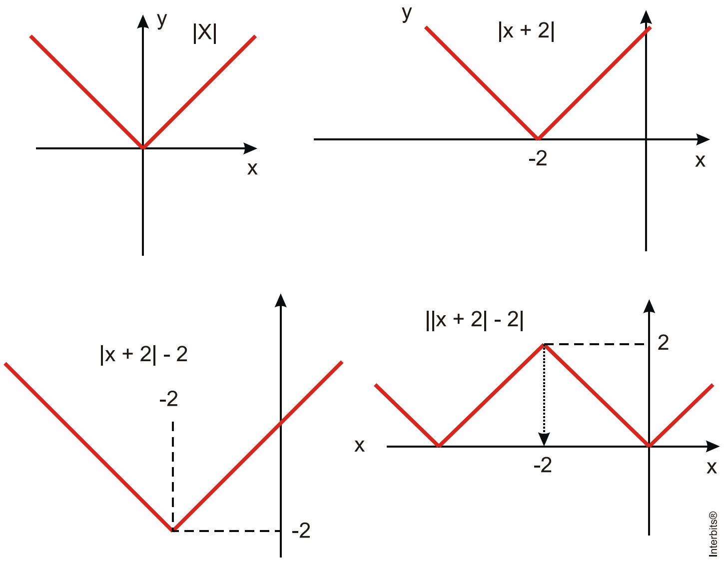
$$\begin{aligned} |x-2| = 13 &\Leftrightarrow x-2 = \pm 13 \\ &\Leftrightarrow x = 15 \text{ ou } x = -11 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} |x-2| = 1 &\Leftrightarrow x-2 = \pm 1 \\ &\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = 1. \end{aligned}$$

Portanto, o resultado é $15 + (-11) + 3 + 1 = 8.$

Resposta da questão 14:
[C]



Observando os gráficos desenhados e considerando o intervalo $-5 < x < 5$ a resposta [C] está adequada.

Resposta da questão 15:
[B]

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{(2x+1)^4} = 3x+2 &\Rightarrow |2x+1| = 3x+2 \\ &\Rightarrow 2x+1 = \pm(3x+2) \\ &\Rightarrow x = -1 \text{ ou } x = -\frac{3}{5}. \end{aligned}$$

Mas, como $|y| \geq 0,\ y \in \mathbb{R}$, segue que $3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}$. Então, o único valor de x que satisfaz a equação dada é $-\frac{3}{5}$, pois $-1 < -\frac{2}{3}$.