FUTUROMILITAR.OFICIAL

600 QUESTÕES RESOLVIDAS DE MATEMÁTICA

EEAR

APRESENTAÇÃO

Olá, amigos Futuros Militares, tudo bem ?

Vamos começar nossa primeira aula de Matemática. Falaremos hoje sobre **Êquações e Funções Exponenciais**.

Se estiver com alguma dúvida, envie para mim no meu Instagram @futuromilitar.oficial

Bom papiro!!!

Professor: Êurope Gorito

VIDEOAULAS SUGERIDAS

Nesse tópico **indicarei algumas videoaulas do assunto** para você assistir. São aulas do Youtube que eu considerei de excelente qualidade e de fácil compreensão.

Deixo claro que nenhum destes professores tem participação no nosso curso de 600 questões resolvidas. São apenas indicações minhas para você conseguir aprender bem a matéria.

Aulas de Equação e Função Exponencial:

Professor Ferreto

https://www.youtube.com/watch?v=n5NRv2cWQIg&list=PLTPg64KdGgYhllRJbaGMQGRa-3-3RNGzb

Me salva!

https://www.youtube.com/watch?v=H9phtIEm0Zk

EQUAÇÕES E FUNÇÕES EXPONENCIAIS - QUESTÕES

1.Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é a função definida por $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$, então, o número de elementos do conjunto $\{x \in \mathbb{R},\ tais\ que\ f(x) = 1\}$ é igual a

a)0.

b)2.

c)1.

d)3.

2.Se o número real k é a solução da equação $9^{\sqrt{x}} - 8 \cdot 3^{\sqrt{x}} - 9 = 0$, então, o número k cumpre a seguinte condição:

a)$1{,}5 < k < 3{,}5$.

b)$7{,}5 < k < 9{,}5$.

c)$5{,}5 < k < 7{,}5$.

d)$3{,}5 < k < 5{,}5$.

3.Em uma pesquisa feita por alguns alunos do curso de Zootecnia, na disciplina de Avicultura, ofertada pelo IFPE campus Vitória de Santo Antão, observou-se que, para o ano de 2015, o comportamento das variáveis das condições de ofertas de insumos e produção avícola na Região Sul foi baseado em equações de regressão exponencial. Considere $A(t) = 5 \cdot e^{0{,}04t}$ a equação de regressão aproximada, com A sendo a área plantada, em (ha), e t o tempo, em anos. Admitindo o ano de 2015 como $t = 0$, a área em 2020 será de (considere $e^{0{,}2} \cong 1{,}2$)

a)6 hectares.

b)$10{,}4$ hectares.

c)10 hectares.

d)$8{,}6$ hectares.

e)8 hectares.

4.A soma das raízes da equação $(4^x)^{2x-1} = 64$ igual a

a)$-\frac{1}{2}$

b)-1

c)$\frac{1}{2}$

d)1

e)$\frac{5}{2}$

5.As raízes da equação $\sqrt[x-1]{3^{(2x+1)}} = 3^{(3x-1)}$é dada pelo conjunto S igual a

a)$S = \{0;\ 2\}$

b)$S = \{3;\ 6\}$

c)$S = \{0;\ 3\}$

d)$S = \{0;\ 6\}$

e)$S = \{-3;\ -6\}$

6.Se $3^m = a$ e $3^n = b, a > 0$ e $b > 0$, então o valor de $3^{\frac{m-2n}{2}}$ é igual a

a)$\sqrt{a} - b$

b)$\frac{a}{2} + b$

c)$\frac{a}{2} - b$

d)$\frac{\sqrt{a}}{b}$

e)$\frac{a-b}{2}$

7. No início do ano de 2017, Carlos fez uma análise do crescimento do número de vendas de refrigeradores da sua empresa, mês a mês, referente ao ano de

2016. Com essa análise, ele percebeu um padrão matemático e conseguiu descrever a relação $V(x) = 5 + 2^x$, onde V representa a quantidade de refrigeradores vendidos no mês x. Considere: $x = 1$ referente ao mês de janeiro; $x = 12$ referente ao mês de dezembro.

A empresa de Carlos vendeu, no 2º trimestre de 2016, um total de

a)39 refrigeradores.

b)13 refrigeradores.

c)127 refrigeradores.

d)69 refrigeradores.

e)112 refrigeradores.

8**.** A diferença entre o maior e o menor valor de x, na equação exponencial $25^{\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} = \frac{1}{125^{(-3x+6)}}$ é igual a:

a)1

b)7

c)$\frac{1}{2}$

d)$\frac{7}{2}$

e)$\frac{-3}{2}$

9**.** Em relação à função realdefinida por $g(x) = 2^x + 1$, é correto afirmar que $g(g(0))$ corresponde a:

a)$1.$

b)$2.$

c)$3.$

d)$4.$

e)$5.$

10. Transformando a expressão $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ em uma potência de expoente fracionário, obtemos

a) 3^1.

b) $3^{\frac{2}{3}}$.

c) $3^{\frac{1}{2}}$.

d) $3^{\frac{1}{3}}$.

e) 1.

11. Se x e y são tais que $\begin{cases} 2^{3x+4y} = 16 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases}$, então $x^2 + y^2$ é igual a

a) 0.

b) 32.

c) 320.

d) 832.

e) 9.536.

12. A concentração C de certa substância no organismo altera-se em função do tempo t, em horas, decorrido desde sua administração, de acordo com a expressão $C(t) = K \cdot 3^{-0,5t}$.

Após quantas horas a concentração da substância no organismo tornou-se a nona parte da inicial?

a) 3

b) $3,5$

c) 4

d) 6

e) 9

13. Se $\frac{m}{n}$ é a fração irredutível que é solução da equação exponencial $9^x - 9^{x-1} = 1944$, então, $m - n$ é igual a

a)2.

b)3.

c)4.

d)5.

e)6.

14. O conjunto solução da equação $64^{x^2} = 16^{x^2+2x-2}$ é o conjunto

a)S = {2}.

b)S = {4}.

c)S = {–2, 2}.

d)S = {2, 4}.

15. Se $(4^x)^2 = 16 \cdot 2^{x^2}$, o valor de x^x é:

a)27

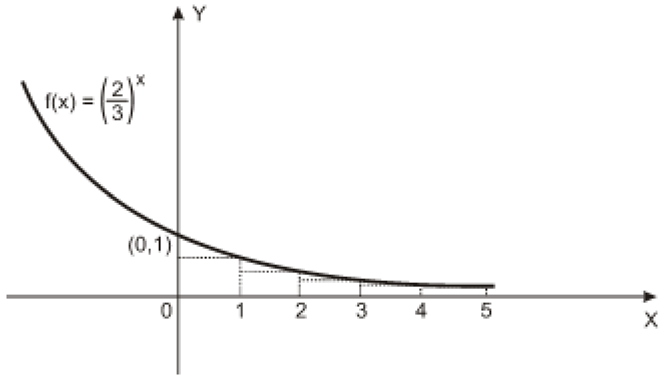
b)4

c)$\frac{1}{4}$

d)1

e)$-\frac{1}{27}$

16. Na figura abaixo, temos parte do gráfico da função $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ e uma sequência infinita de retângulos associados a esse gráfico.



A soma das áreas de todos os retângulos desta sequência infinita em unidade de área é

a)3

b)$\frac{1}{2}$

c)1

d)2

e)4

17. O valor de y no sistema $\begin{cases}(0{,}2)^{5x+y}=5\\(0{,}5)^{2x-y}=2\end{cases}$ é igual a:

a)$\frac{-5}{2}$

b)$\frac{2}{7}$

c)$\frac{-2}{5}$

d)$\frac{3}{5}$

e)$\frac{3}{7}$

18. (EEAR 2021) Sejam as funções

$y_1=\frac{3^{x+3}.9^x}{81^{3x-2}}$ e $y_2=\frac{27^{2x}}{243^{1-x}}$.

Determine o valor de x para que $y_1 = y_2$

a)4/5

b)2/3

c)2

d)3

19. (EEAR 2020) Se $3^x - \frac{1}{3^{3+y}} = 0$ então x + y é igual a

a)0

b)1

c)3

d)-3

20. (EEAR 2009) Se x é a raiz da equação $(\frac{2}{3})^x = 2{,}25$, então o valor de x é

a)5

b)3

c)-2

d)-4

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[C]

Tem-se que

$$\begin{aligned}\frac{2^x+2^{-x}}{2}=1 &\Leftrightarrow 2^{2x}-2\cdot 2^x+1=0\\ &\Leftrightarrow (2^x-1)^2=0\\ &\Leftrightarrow x=0.\end{aligned}$$

Portanto, vem $\{x \in \mathbb{R}, \text{tais que } f(x)=1\}=\{0\}$ e a resposta é 1.

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 2:
[D]

Tem-se que

$$\begin{aligned}9^{\sqrt{x}}-8\cdot 3^{\sqrt{x}}-9=0 &\Rightarrow 3^{2\sqrt{x}}-8\cdot 3^{\sqrt{x}}-9=0\\ &\Rightarrow (3^{\sqrt{x}}-4)^2=25\\ &\Rightarrow 3^{\sqrt{x}}=\pm 5+4\\ &\Rightarrow 3^{\sqrt{x}}=3^2\\ &\Rightarrow x=4.\end{aligned}$$

Portanto, temos $k=4$ e, assim, $3{,}5<k<5{,}5$.

Resposta: **Letra D**

Resposta da questão 3:
[A]

Calculando:

$$2015 \Rightarrow t = 0$$
$$2020 \Rightarrow t = 5$$
$$A(5) = 5 \cdot e^{0,04 \cdot 5} = 5 \cdot e^{0,2} = 5 \cdot 1,2 \Rightarrow A(5) = 6\ hectares$$

Resposta: **Letra A**

Resposta da questão 4:
[C]

Tem-se que

$$\begin{aligned}(4^x)^{2x-1} = 64 &\Leftrightarrow 4^{2x^2-x} = 4^3 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0.\end{aligned}$$

Portanto, pelas relações entre coeficientes e raízes, segue que a resposta é $-\frac{(-1)}{2} = \frac{1}{2}$.

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 5:
ANULADA

Gabarito Oficial:[A]

Gabarito do Professor: Anulada (Sem resposta)

Tem-se que

$$\begin{aligned}\sqrt[x-1]{3^{2x+1}} = 3^{3x-1} &\Rightarrow 3^{\frac{2x+1}{x-1}} = 3^{3x-1} \\ &\Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} = 3x - 1 \\ &\Rightarrow x^2 - 2x = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = 2.\end{aligned}$$

Porém, como $(x-1) \in \mathbb{N}^*$ **implica em** $x \geq 2$ **e** $x \in \mathbb{N}$, segue que o conjunto solução da equação é $S = \{2\}$.

Resposta da questão 6:
[D]

Calculando:

$$3^{\frac{m-2n}{2}} = (3^{m-2n})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3^m \cdot 3^{-2n}} = \sqrt{3^m \cdot \frac{1}{(3^n)^2}} = \sqrt{a \cdot \frac{1}{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

Resposta: **Letra D**

Resposta da questão 7:
[C]

Sabendo que o segundo trimestre corresponde aos meses de Abril, Maio e Junho, **isto é, meses 4**, **5**, **6** temos que a venda foi de:

$$\begin{aligned} V(4) + V(5) + V(6) &= (5 + 2^4) + (5 + 2^5) + (5 + 2^6) \\ &= (5 + 16) + (5 + 32) + (5 + 64) = 127 \end{aligned}$$

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 8:
[B]

Calculando:

$$25^{\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} = \frac{1}{125^{(-3\,x\,+6)}} \rightarrow 25^{\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} = \frac{1}{5^{(-3\,x\,+6)} \cdot 25^{(-3\,x\,+6)}}$$

$$25^{\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} \cdot 5^{(-3\,x\,+6)} \cdot 25^{(-3\,x\,+6)} = 1 \rightarrow 5^{2\cdot\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} \cdot 5^{(-3\,x\,+6)} \cdot 5^{2\cdot(-3\,x\,+6)} = 1$$

$$5^{(x^2+8x-30-3x+6-6x+12)} = 1 \to 5^{(x^2-x-12)} = 1$$
$$x^2 - x - 12 = 0 \to \left\{\begin{matrix} x' = -4 \\ x'' = 3 \end{matrix}\right\} 3 - (-4) = 7$$

Resposta: **Letra B**

Resposta da questão 9:
[E]

$$g(x) = 2^x + 1$$
$$g(0) = 2^0 + 1 \Rightarrow g(0) = 2$$
$$g(g(0)) = 2^{g(0)} + 1 \Rightarrow g(g(0)) = 2^2 + 1 = 5$$

Resposta: **Letra E**

Resposta da questão 10:
[C]

Lembre-se que $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

Lembre também que multiplicação de bases iguais, repetimos as bases e somamos os expoentes

$$3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{1+\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}$$

Reescrevendo, tem-se:

$$\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[3]{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{3^{\frac{3}{2}}} = 3^{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}} = 3^{\frac{1}{2}}$$

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 11:
[B]

Tem-se que

$$\begin{cases} 2^{3x+4y} = 16 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{3x+4y} = 2^4 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 4 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -15x - 20y = -20 \\ 15x + 21y = 24 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Por conseguinte, vem $x^2 + y^2 = (-4)^2 + 4^2 = 32.$

Resposta: **Letra B**

Resposta da questão 12:
[C]

Queremos calcular t para o qual se tem $C(t) = \frac{1}{9} \cdot C(0)$. Logo, vem

$$K \cdot 3^{-0,5t} = \frac{1}{9} \cdot K \cdot 3^{-0,5 \cdot 0} \Leftrightarrow 3^{0,5t} = 3^2 \Leftrightarrow t = 4.$$

Resposta: **Letra C**

Resposta da questão 13:
[D]

Resolvendo a equação, encontramos

$$9^x - 9^{x-1} = 1944 \Leftrightarrow 9^{x-1}(9-1) = 1944$$
$$\Leftrightarrow 3^{2x-2} = 3^5$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{2}.$$

Por conseguinte, temos $m - n = 7 - 2 = 5.$

Resposta: **Letra D**

Resposta da questão 14:
[A]

Tem-se que

$$\begin{aligned} 64^{x^2} = 16^{x^2+2x-2} &\Leftrightarrow 4^{3x^2} = 4^{2x^2+4x-4} \\ &\Leftrightarrow 3x^2 = 2x^2 + 4x - 4 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \boldsymbol{x = 2}. \end{aligned}$$

Portanto, $S = \{2\}$.

Resposta: **Letra A**

Resposta da questão 15:
[B]

Como

$$\begin{aligned} (4^x)^2 = 16 \cdot 2^{x^2} &\Leftrightarrow 2^{4x} = 2^{x^2+4} \\ &\Leftrightarrow x^2 + 4 = 4x \\ &\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 2, \end{aligned}$$

segue-se que $x^x = 2^2 = 4$.

Resposta: **Letra B**

Resposta da questão 16:

[D]

Como a medida da base de cada um dos retângulos **é igual a 1**, segue-se que a soma pedida é dada por

$$\begin{aligned} f(1)+f(2)+f(3)+\ldots &= \frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^3+\ldots \\ &= \frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} \\ &= 2. \end{aligned}$$

Resposta: **Letra D**

Resposta da questão 17:
[E]

Temos que

$$\begin{aligned} \begin{cases} (0{,}2)^{5x+y} = 5 \\ (0{,}5)^{2x-y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (5^{-1})^{5x+y} = 5^1 \\ (2^{-1})^{2x-y} = 2^1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+y=-1 \\ 2x-y=-1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{2}{7} \\ y = \dfrac{3}{7} \end{cases}. \end{aligned}$$

Portanto, o valor de y no sistema é $\frac{3}{7}$.

Resposta: **Letra E**

Resposta da questão 18:

[A]

$y_1 = \frac{3^{x+3}.9^x}{81^{3x-2}}$ e $y_2 = \frac{27^{2x}}{243^{1-x}}$.

Pessoal, vamos resolver usando **as regras de potenciação:**

$$y_1 = \frac{3^{x+3}.(3^2)^x}{(3^4)^{3x-2}} = \frac{3^{x+3}.3^{2x}}{3^{12x-8}} = \frac{3^{3x+3}}{3^{12x-8}} = 3^{3x+3-(12x-8)} = 3^{-9x+11}$$

$$y_2 = \frac{(3^3)^{2x}}{(3^5)^{1-x}} = \frac{3^{6x}}{3^{5-5x}} = 3^{6x-(5-5x)} = 3^{11x-5}$$

Para que $y_1 = y_2$, devemos ter:

$$3^{-9x+11} = 3^{11x-5}$$

Igualando os expoentes:

$$-9x + 11 = 11x - 5$$

$$20x = 16$$

$$x = \frac{16}{20} = \mathbf{\frac{4}{5}}$$

Resposta: **Letra A**

Resposta da questão 19:

[D]

A **equação do problema** foi:

$$3^x - \frac{1}{3^{3+y}} = 0$$

É necessário descobrir o valor **de x + y**

Temos aqui, duas **potências de base 3**. Podemos **inverter a fração** trocando o sinal de seu expoente.

Daí encontramos:

$$3^x - 3^{-(3+y)} = 0$$

Passado a **segunda parcela** para o outro lado ficamos com:

$$3^x = 3^{-(3+y)}$$

Precisamos que **os expoentes sejam iguais**, portanto:

$$x = -(3+y)$$

$$x = -3 - y$$

Passando o y para o mesmo lado que x teremos:

$$x + y = -3$$

Descobrimos que x+y **é igual a** −3**.**

Resposta: Letra D

Resposta da questão 20:

[C]

Se x é a raiz da equação $(\frac{2}{3})^x = 2{,}25$ *, então o valor de x é*

Pessoal, veja que podemos escrever 2,25 como 9/4

Daí:

$$(\frac{2}{3})^x = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

Vamos inverter o lado esquerdo da equação, lembre-se que quando invertemos uma fração **devemos mudar o sinal do expoente**!!

$$(\frac{2}{3})^x = (\frac{2}{3})^{-2}$$

Igualando os expoentes: **x = - 2**

Resposta: Letra C