FUTUROMILITAR.OFICIAL

600 QUESTÕES RESOLVIDAS DE MATEMÁTICA

EEAR

APRESENTAÇÃO

Olá, amigos Futuros Militares, tudo bem ?

Nosso aula de hoje será sobre Semelhança de triângulos. Preste bastante atenção nos detalhes e lembre das fórmulas estudadas!

"Não sabendo que era impossível, foi lá e fez"

Jean Cocteau

1)(EEAR 2018) Considere a matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & x-1 \\ 2x & 4x-1 \end{bmatrix}.$$

Os termos x−1, 2x, 4x−1, são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão aritmética. Dessa forma, det(A) é igual a

a)1

b)2

c)3

d)4

2)(EEAR 2018) Se

$$A = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

e detA = $4\sqrt{3}$, então x^2y^2 é igual a

a)24

b)12

c)6

d)3

3) (EEAR 2015) Se

$$\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix} = 16\sqrt{3},$$

Então $(xyz)^2$ é igual a:

a)8

b)12

c)24

d)36

4) (EEAR 2016) Para que o determinante da matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

seja 3, o valor de b deve ser igual a

a)2

b)0

c)-1

d)-2

5) (EEAR 2015) O valor do determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

É

a)-2

b)0

c)1

d)2

6)(EEAR 2013) O número real x, tal que

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = 5, \text{ é}$$

a)-2

b)-1

c)0

d)1

7)(EEAR 2011)Sejam as matrizes

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$.

O valor de (det A) : (det B) é

a)4

b)3

c)-1

d)-2

8) Sabendo que a e b são números reais, considere a matriz quadrada de ordem 3,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 2 & b & 2 \end{pmatrix}.$$

Se a soma dos elementos em cada linha da matriz A tem sempre o mesmo valor, então o determinante de A é igual a

a) 0.

b) 2.

c) 5.

d) 10.

9) (Espcex 2018) Uma matriz quadrada A, de ordem 3, é definida por $a_{ij} = \begin{cases} i-j, & se\ i > j \\ (-1)^{i+j}, & se\ i \leq j \end{cases}$.

Então $det(A^{-1})$ é igual a

a) 4.

b) 1.

c) 0.

d) $\frac{1}{4}$.

e) $\frac{1}{2}$.

10) Observe a matriz:

$$\begin{bmatrix} 3+t & -4 \\ 3 & t-4 \end{bmatrix}$$

Para que o determinante dessa matriz seja nulo, o maior valor real de t deve ser igual a:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

11) (Eear 2016) Para que o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ seja 3, o valor de $b$deve ser igual a

a) 2

b) 0

c) -1

d) -2

12) O valor do determinante abaixo:

$\begin{vmatrix} cos\ \ x & -sen\ x \\ sen\ x & cos\ \ x \end{vmatrix}$ é:

a) 1.

b) $cos\ \ 2x$.

c) $sen\ 2x$.

d) $tg\ 2x$.

e) $cos^2 x - sen^2 x$.

13)Sobre a equação $det\, M = -1$, na qual M é a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x & 1 & x \end{bmatrix}$ e $det\, M$ é o determinante da matriz M, pode-se afirmar corretamente que a equação

a) não possui raízes reais.

b) possui três raízes reais e distintas.

c) possui três raízes reais, das quais duas são iguais e uma é diferente.

d) possui três raízes reais e iguais.

14) O determinante da matriz $\begin{bmatrix} sen(x) & 0 & 1 \\ 1 & sec(x) & 0 \\ 0 & 0 & cot\,g\,(x) \end{bmatrix}$ é

a) 0

b) 1

c) $se\,n\,(x)$

d) $cos(x)$

e) $tg(x)$

15) Considere a seguinte matriz $A = (a_{ij})_{3X3}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & log_2 8 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & log_2 4 & 1 \end{pmatrix}$$

O determinante dessa matriz é

a) 8.

b) 9.

c) 15.

d) 24.

16) Considerando que A é uma matriz quadrada de ordem 3 e inversível, se $det(3A) = det(A^2)$, então $det(A)$ é igual a:

a) 9

b) 0

c) 3

d) 6

e) 27

17) Se a matriz com $det(A) = 1$ e $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{pmatrix}$, o valor de m é

a) -1

b) 1

c) 0

d) 2

e) -2

18) Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ e B $= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. O determinante da matriz $(AB)^{-1}$é:

a) $-\frac{1}{10}$.

b) $\frac{21}{10}$.

c) $\frac{13}{10}$.

d) $-\frac{13}{10}$.

e) nda.

19) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$a diferença entre os valores de x, tais que $det(A \cdot B) = 3x$, pode ser igual a:

a) 3

b) -2

c) 5

d) -4

e) 1

20) Dadas as matrizes A = $(a_{ij})_{3x3}$ tal que $\begin{cases} a_{ij} = 10, se \ i = j \\ a_{ij} = 0, se \ i \neq j \end{cases}$ e B = $(b_{ij})_{3x3}$ tal que $\begin{cases} b_{ij} = 3, se \ i = j \\ b_{ij} = 0, se \ i \neq j' \end{cases}$

o valor de det(AB) é

a) 27 x 10^3

b) 9 x 10^3

c) 27 x 10^2

d) 3^2 x 10^2

SOLUÇÃO

Resposta da questão 1:
[C]
Se os termos $x-1$, $2x$, $4x-1$ estão em **progressão aritmética,**a diferença entre o segundo e o primeiro será igual à diferença entre o terceiro e o segundo:

$$2x-(x-1)=(4x-1)-2x$$

$$2x-x+1=2x-1$$

$$x=1+1=2$$

Os termos $x-1$, $2x$, $4x-1$, portanto, valem **1**, **4** e **7**, respectivamente. A matriz fica:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

O determinante de uma matriz quadrada de ordem 2 é obtido **multiplicando-se os elementos da diagonal principal e subtraindo-se o produto dos elementos da diagonal secundária:**

$$\det(A)=1\times7-4\times1$$

$$\det(A)=7-4=3$$

Gabarito: **alternativa C**.

Resposta da questão 2:
[D]
Calculamos o determinante da matriz pela **regra de Sarrus**: replicamos as duas primeiras colunas, somamos o produto dos elementos da diagonal principal e de suas paralelas e subtraímos o produto dos elementos da diagonal secundária e das paralelas desta:

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{vmatrix}\begin{matrix} 0 & x \\ x & 0 \\ y & 2 \end{matrix} = 4\sqrt{3}$$

$$0 \cdot 0 \cdot 0 + x \cdot 2 \cdot y + y \cdot x \cdot 2 \ - y \cdot 0 \cdot y - 2 \cdot 2 \cdot 0 - 0 \cdot x \cdot x = 4\sqrt{3}$$
$$2xy + 2xy = 4\sqrt{3}$$
$$4xy = 4\sqrt{3}$$
$$xy = \sqrt{3}$$

Elevando a equação ao quadrado, encontramos o que pede a questão:

$$(xy)^2 = (\sqrt{3})^2$$
$$x^2y^2 = 3$$

Gabarito: **alternativa D**.

Resposta da questão 3:

[B]

O determinante de uma matriz quadrada de ordem 3 pode ser calculado pela **regra de Sarrus**. Replicamos as duas primeiras colunas ao fim da matriz, somamos o produto entre os elementos da diagonal principal e de suas paralelas e subtraímos o produto dos elementos da diagonal secundária e das paralelas desta:

$$\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix}\begin{matrix} 2x & y \\ z & 0 \\ 0 & 2z \end{matrix} = 16\sqrt{3}$$

A única diagonal em que não consta o número zero é destacada abaixo:

$$\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & \cancel{2y} \\ 0 & \cancel{2z} & 0 \end{vmatrix}\begin{matrix} \cancel{2x} & y \\ z & 0 \\ 0 & 2z \end{matrix} = 16\sqrt{3}$$

Portanto,

$$-(2x \times 2y \times 2z) = 16\sqrt{3}$$

$$-8xyz = 16\sqrt{3}$$

$$xyz = \frac{16\sqrt{3}}{-8}$$

$$xyz = -2\sqrt{3}$$

Portanto, $(xyz)^2$ vale:

$$\mathbf{(-2\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12}$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 4:

[B]

Faremos o cálculo do determinante pela **regra de Sarrus**: replicamos as duas primeiras colunas da matriz, somamos o produto dos termos da diagonal principal e de suas paralelas e subtraímos o produto dos termos da diagonal secundária e das paralelas desta:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix} = 3$$

$$1 \cdot 0 \cdot 1 + (-1) \cdot b \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 2 \\ - 1 \cdot 0 \cdot 1 - 2 \cdot b \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot (-1) = 3$$

$$-b + 2 - 2b + 1 = 3$$

$$-3b + \cancel{3} = \cancel{3}$$

$$-3b = 0$$

$$b = 0$$

Gabarito: **alternativa B**.

Resposta da questão 5:

[B]

Quando duas linhas ou duas colunas são proporcionais entre si, o determinante é nulo.

É esse o caso em questão.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Veja que a primeira linha é múltipla da segunda linha, **pois basta multiplicar as entradas de uma linha por uma constante k (k = -1) para obter as entradas da outra linha.**

No caso, ao multiplicar as entradas da primeira linha por -1, obtemos as entradas da segunda linha.

Portanto**, há linhas proporcionais, o que implica em o determinante ser nulo**.

Gabarito: Letra B.

Resposta da questão 6:

[B]
Pessoal, para resolvermos essa equação, temos que calcular o **determinante** do lado esquerdo da igualdade...

Oras, o determinante de uma matriz de ordem 2 é o **produto** dos elementos da **diagonal principal** menos o **produto** dos elementos da **diagonal secundária**... Então,

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = (x-1).x-(-3).(x+2)$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = x^2-x+3.(x+2)$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = x^2-x+3x+6$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = x^2+2x+6$$

Agora, sabendo que

$$\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = 5,$$

substituindo, teremos:

$$x^2 + 2x + 6 = 5$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

Resolvendo a equação do 2° grau, encontramos x = -1

Gabarito: **alternativa B.**

Resposta da questão 7:

[D]

Pessoal, a matriz **A** é uma **matriz quadrada** de ordem **3**...
Então, aplicando a Regra de Sarrus, o valor do seu determinante é:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 2.5.1 + 0.2.3 + 3.1.1 - (3.5.3 + 1.2.2 + 1.1.0)$$

$$\det A = 10 + 0 + 3 - (45 + 4 + 0)$$

$$\det A = 13 - 49$$

$$\det A = -36$$

Já a matriz **B** é uma **matriz quadrada** de ordem **2**...
O valor do seu determinante é o produto dos elementos da diagonal principal **menos** o produto dos elementos da diagonal secundária... Então,

$$\det B = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\det B = 2.9 - 3.0$$

$$\det B = 18 - 0$$

$$\det B = 18$$

Pronto!!... O valor de (detA)÷(detB)

−36÷18

=−2

Resposta: **letra D**

Resposta da questão 8:
[D]

Desde que $2 + a = a + b + 1 = b + 4$, temos $a = 3$ e $b = 1$. Logo, vem

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$
$$\overset{\text{Chió}}{=} \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= 10.$$

Resposta da questão 9:
[D]

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$
$$a_{11} = (-1)^{1+1} = 1$$
$$a_{12} = (-1)^{1+2} = -1$$
$$a_{13} = (-1)^{1+3} = 1$$
$$a_{21} = 2 - 1 = 1$$
$$a_{22} = (-1)^{2+2} = 1$$
$$a_{23} = (-1)^{2+3} = -1$$
$$a_{31} = 3 - 1 = 2$$
$$a_{32} = 3 - 2 = 1$$
$$a_{33} = (-1)^{3+3} = 1$$

Então,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$det\, A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$
$$det(A^{-1}) = \frac{1}{det\, A} = \frac{1}{4}$$

Resposta da questão 10:
[A]

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} 3+t & -4 \\ 3 & t-4 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (t+3)(t-4)+12=0$$
$$\Leftrightarrow t(t-1)=0$$
$$\Leftrightarrow t=0 \text{ ou } t=1.$$

Portanto, como $1 > 0$, segue que a resposta é 1.

Resposta da questão 11:
[B]

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix}$$

Calculando o determinante pela regra de Sarrus, temos:

$$0-b+2-0-2b+1=3 \Rightarrow -3b+3=3 \Rightarrow -2b=0 \Rightarrow b=0$$

Resposta da questão 12:
[A]

$$\begin{vmatrix} cos\ \ x & -sen\ x \\ sen\ x & cos\ \ x \end{vmatrix} = cos^2\ \ x + sen^2\ x = 1$$

Resposta da questão 13:
[C]

Tem-se que

$$\begin{aligned} det\, M = -1 &\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x & 1 & x \end{vmatrix} = -1 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 2x + 2x - x^3 - 1 - 4x = -1 \\ &\Leftrightarrow x^2(x-1) = 0. \end{aligned}$$

Logo, a equação possui três raízes reais, das quais duas são iguais a $x = 0$ e a outra é $x = 1$.

Resposta da questão 14:
[B]

$$\begin{vmatrix} sen(x) & 0 & 1 \\ 1 & sec(x) & 0 \\ 0 & 0 & cot\,g\,(x) \end{vmatrix} = sen(x) \cdot sec(x) \cdot cot\,g\,(x) = sen(x) \cdot \frac{1}{cos(x)} \cdot \frac{cos(x)}{sen(x)} = 1$$

Resposta da questão 15:
[C]

Reescrevendo a matriz A, tem-se:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & log_2 8 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & log_2 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

O determinante da mesma será:

$$\begin{aligned} &det\, A = -4 + 12 + 6 + 18 - 16 - 1 \\ &det\, A = 15 \end{aligned}$$

Resposta da questão 16:
[E]

Pelo Teorema de Binet, sabemos que $det(A \cdot B) = det(A) \cdot det(B)$, com A e B sendo matrizes invertíveis. Além disso, temos $det(kA) = k^n \cdot det(A)$, em que k é um número real e n é a ordem da matriz invertível A. Portanto, segue que

$$\begin{aligned} det(3A) = det(A^2) &\Leftrightarrow 3^3 \cdot det(A) = det^2(A) \\ &\Leftrightarrow det(A) \cdot (det(A) - 27) = 0 \\ &\Rightarrow det(A) = 27. \end{aligned}$$

Resposta da questão 17:
[B]

Temos

$$det\, A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - m \cdot (-1) = m.$$

Logo, pelo Teorema de Binet, segue que

$$\begin{aligned} det\, A \cdot det\, A^{-1} = 1 &\Leftrightarrow 1 \cdot m = 1 \\ &\Leftrightarrow m = 1. \end{aligned}$$

Resposta da questão 18:
[E]

Como $A = B$, segue que

$$det(AB)^{-1} = det(A^2)^{-1} = \frac{1}{det(A^2)} = \frac{1}{(det\, A)^2}.$$

Portanto,

$$det\,A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - (-1) \cdot 2 = 2 \Rightarrow det(\,AB)^{-1} = \frac{1}{4}.$$

Resposta da questão 19:
[C]

De acordo com o Teorema Binet, segue que

$$\begin{aligned} det(A \cdot B) = 3x &\Leftrightarrow det\,A \cdot det\,B = 3x \\ &\Leftrightarrow (x-2) \cdot (x+2) = 3x \\ &\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 4. \end{aligned}$$

Portanto, a diferença entre os valores de x, tais que $det(A \cdot B) = 3x$, pode ser igual a $4 - (-1) = 5$.

Resposta da questão 20:
[A]

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow det(\,A) = 10^3$$
$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow det(\,B) = 3^3$$

det(A.B) = det(A).det(B) = $10^3.3^3$= 27.10^3